



Universidad Nacional Autónoma De México
Programa de Posgrado en Ciencias de la Tierra
Instituto de Geofísica

**Tomografía de ondas superficiales utilizando
datos de ruido sísmico registrado
en un arreglo denso**

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE
MAESTRO EN CIENCIAS

PRESENTA:
Santiago Emilio Rábade García

TUTOR:
Leonardo Ramírez Guzmán
Instituto de Ingeniería

Ciudad Universitaria, Cd. de México, junio de 2017



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

DEDICATORIA Y AGRADECIMIENTOS

Agradezco y dedico este trabajo a todas las personas que directamente o indirectamente han contribuido a la realización del mismo, en particular a mis padres por creer en mí y ayudarme durante cada etapa de este trabajo, y en general a mi familia y amigos, su apoyo ha sido invaluable para realizar esta tesis.

También quiero dar las gracias al Dr. Leonardo Ramírez Guzmán por todo el trabajo y tiempo que ha invertido en mi formación, gracias por el rigor, la inspiración y comprensión en estos años de trabajo.

Al Dr. Jorge Aguirre, por tantos años de trabajo juntos, agradezco la orientación y ayuda que me ha brindado para la realización de esta tesis.

Al Dr. Francisco J. Sánchez Sesma, al Dr. Arturo Iglesias y al Dr. Marco Calo por los invaluable comentarios y sugerencias que enriquecieron este trabajo.

A todos mis profesores del Posgrado en Ciencias de la Tierra.

Al Instituto de Ingeniería, al Instituto de Geofísica y a la UNAM por brindarme el apoyo, la infraestructura necesaria y el financiamiento para realizar el presente trabajo.

RECONOCIMIENTOS

Al Instituto Mexicano del Petróleo y al Dr. Rafael Ávila Carrera por permitir utilizar los datos para este trabajo de investigación.

El presente fue patrocinado por el proyecto (UNAM-IMP) Sísmica Pasiva de Microtremores en la detección de yacimientos Shale gas/oil (IISGCONV-044-2014). Por el Instituto de Ingeniería a través del programa de becas (PBII). Por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) a través del programa de becas nacionales de posgrado. Y por el Programa de Posgrado en Ciencias de la Tierra con sede en el Instituto de Geofísica de la UNAM.

ÍNDICE

DEDICATORIA Y AGRADECIMIENTOS.....	1
RECONOCIMIENTOS.....	3
ÍNDICE.....	4
RESUMEN	6
ABSTRACT	7
1. INTRODUCCIÓN	8
2. MARCO GEOLÓGICO.....	10
2.1 Historia tectónica y de depósito	11
2.2 Estratigrafía.....	12
3. MODELO 3D DE LA ZONA DE ESTUDIO	16
4. MARCO TEÓRICO	20
4.1 Teoría y método de la Interferometría Sísmica	20
4.2 Ondas superficiales.....	22
4.3 Velocidad de grupo y fase	24
4.4 Medición de la dispersión.....	25
Velocidad de grupo.....	25
Velocidad de fase.....	26
4.5 Tomografía de velocidad de grupo y optimización.....	27
4.6 Inversión de curvas de dispersión de ondas superficiales	28
5. METODOLOGÍA.....	31
5.1 Datos y equipo utilizado.....	31
5.2 Obtención de las funciones de Green.....	33
Preparación de los datos.	34
Correlaciones cruzadas de ruido	36
5.3 Medición de velocidades de grupo y fase	37
Selección de resultados.....	37
Velocidad de grupo y fase.....	38
5.4 Tomografía.....	39
5.5 Inversión de ondas superficiales	41

Parámetros del problema	42
6. RESULTADOS	44
6.1 Mapas de tomografía.....	44
6.2 Modelos de velocidad de onda S.....	49
7. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES.....	54
BIBLIOGRAFÍA	56
Anexo 1: Checkerboard para cada mapa por periodo	60
Anexo 2: Cobertura de rayos en cada mapa por periodo	64

RESUMEN

Las metodologías de correlaciones cruzadas de ruido sísmico han probado su eficacia a escala global, continental y regional. Actualmente, se explora la utilización de sensores de uso industrial (geófonos) y arreglos muy densos para la recuperación de las estructuras someras de la corteza. En este trabajo, como parte de un proyecto de exploración y desarrollo con el Instituto Mexicano del Petróleo (IMP), se procesó un arreglo de 1,819 geófonos con frecuencia de esquina de 10 Hz, utilizando correlaciones para obtener la estructura somera de la corteza. A partir de la función de Green extraída de la correlación cruzada entre cada par de estaciones, se estimaron curvas de dispersión de ondas de superficiales con el fin de determinar la velocidad de grupo promedio en un rango de frecuencias de 0.7 a 6.5 Hz. Los resultados anteriores se emplearon en un esquema de inversión tomográfica de mínimos cuadrados y se obtuvieron mapas de velocidad de grupo con una resolución horizontal de 140x140 metros.

Para obtener el modelo de velocidad de Onda S a partir de las curvas de dispersión se obtuvieron perfiles de los mapas obtenidos mediante la tomografía y se invirtieron con el algoritmo de vecino más próximo (*Nearest Neighbour Algorithm*), utilizando el modelo inicial obtenido de la interpretación de la sísmica activa y registros de pozos. En general, existen similitudes entre los perfiles de velocidades invertidos y los interpretados utilizando experimentos sísmicos con fuente activa. Se presenta un aumento gradual y ligero de velocidad de noroeste a sureste en el arreglo, mezclado con algunas anomalías de baja velocidad en bajas frecuencias (0.7-4.5 Hz). En frecuencias mayores (5.3-6.5 Hz) se observa una velocidad más homogénea.

Palabras Claves: ruido sísmico ambiental, correlación cruzada, interferometría de ruido sísmico, función de Green, ondas superficiales, tomografía de ruido sísmico ambiental, arreglo denso de ruido.

ABSTRACT

Ambient noise cross-correlation techniques have been successfully used at global, continental, and regional scales. Recently, one of the topics is the deployment of industrial equipment (geophones) in dense arrays to map the shallow crust. In this work, we analyze data from an exploration array conducted by the Mexican Institute of Petroleum (IMP). The data set consisted in 1,819 three-component geophones with cutoff frequency of 10 Hz. We obtained Green's functions using ambient noise cross-correlations to estimate dispersion curves for each station pair to determinate group velocity. These results were used in a tomographic inversion with a resolution of 140 m.

In order to calculate S-wave velocity profiles from inversion curves, we used Nearest Neighbour Algorithm. The initial model for the inversion was obtained from active source seismic experiments and exploration logs. In general, we have some agreement between the active source and the inverted model. The main structural feature is observable with the seismic wave velocity change from northwest to southeast. In low frequency (0.7-4.5 Hz) there are some low velocity anomalies that could be related to fluid presence in San Miguel and Austin formations. In high frequencies (5.3-6.5 Hz) we observe a more homogenous velocity structure.

Key words: seismic ambient noise, crosscorrelations, noise interferometry, Green's function, surface waves, ambient noise tomography, large-N noise array.

1. INTRODUCCIÓN

Uno de los problemas a resolver en la Geofísica es la obtención de modelos confiables de las distintas propiedades físicas, con la finalidad de conocer a fondo la estructura de la Tierra. En el caso de la Sismología, una gran parte de la investigación se dedica al cálculo de modelos de velocidades de propagación de las ondas sísmicas, tanto a escala global (Dziewonski & Anderson, 1981) como a escala regional (Bedle & van der Lee, 2009) y local (Huang *et al.*, 2015).

En general, las metodologías para obtener modelos de velocidades de propagación de ondas sísmicas pueden dividirse en dos grandes grupos de acuerdo al tipo de fuente sísmica que utiliza. Las técnicas de fuente activa estudian el subsuelo a partir del análisis de la propagación de las ondas sísmicas producidas artificialmente. Las técnicas de fuente pasiva se basan en la adquisición de ruido sísmico con diferentes disposiciones de sensores y durante una ventana temporal determinada. Destacan entre estas técnicas el método de autocorrelaciones espaciales (SPAC) y el método de correlaciones cruzadas de ruido sísmico.

Aunque ofrecen ventajas considerables comúnmente, por motivos económicos, políticos, sociales o técnicos no es posible utilizar muchas de las técnicas de fuente activa existentes, por lo que una alternativa viable y con limitado impacto a la sociedad es utilizar registros de ruido sísmico.

La técnica de correlaciones cruzadas de ruido sísmico permite obtener la función de Green entre un par de estaciones al hacer la correlación cruzada de ruido de largas series de tiempo, permitiendo la obtención de curvas de dispersión de velocidad, útiles para inferir la estructura de velocidades de la corteza (Wapenaar *et al.*, 2008).

Este método, ha probado su eficacia a distintas escalas, por lo que durante esta década se han multiplicado los estudios con dichas técnicas. Debido al aumento de la capacidad computacional, la disminución en el costo de los equipos y la mejor calidad de los sensores para hacer sondeos sísmicos, actualmente se explora la utilización de sensores de uso industrial (geófonos) y arreglos muy densos para la recuperación de las estructuras someras de la corteza.

Probablemente el estudio más importante de ruido ambiental utilizando geófonos, sea el arreglo denso en Long Beach, Estados Unidos, donde se desplegaron 5,200 geófonos con frecuencia de esquina de 10 Hz durante seis meses. Utilizando correlaciones cruzadas de ruido sísmico se obtuvo la estructura somera de la corteza (Lin *et al.*, 2013). También, se calculó la amplificación, atenuación y scattering (Bowden *et al.*, 2015). Otro arreglo importante utilizando geófonos es el arreglo sobre la falla de San Jacinto en Estados Unidos, donde se obtuvieron mapas de tomografía con resolución de 15 m (Roux *et al.*, 2016).

El objetivo del presente trabajo es obtener la estructura cortical somera utilizando datos de ruido grabados por geófonos en un arreglo denso y el método de correlaciones cruzadas, en una región del norte de México. Una vez obtenida la estructura cortical, se comparan los resultados con el modelo 3D obtenido utilizando datos sísmicos de fuente activa para evaluar los resultados calculados.

Los datos utilizados forman parte de una campaña de exploración y desarrollo científico liderado por el Instituto Mexicano del Petróleo (IMP). Este proyecto, consistió en el despliegue de más de 10,000 geófonos en varias etapas, con el objetivo de explorar y cuantificar reservas de gas y petróleo en lutitas. Para este trabajo solo se utilizaron 1,819 geófonos que grabaron ruido sísmico durante seis horas.

El presente trabajo está organizado de la siguiente manera. En el segundo capítulo de este trabajo se analiza el área de estudio, haciendo énfasis en la estratigrafía y litologías del lugar, complementando la información en el tercer capítulo al revisar el modelo 3D de la zona de estudio. En el cuarto se hace una revisión del marco teórico, teoría de las ondas superficiales y su relación con la velocidad de grupo y fase, así como también la técnica de correlaciones cruzadas de ruido ambiental y el método de vecino más próximo. En el quinto capítulo se explica a detalle la metodología aplicada desde la preparación de los datos hasta la presentación de los resultados. Finalmente en el sexto capítulo, se presentan los resultados y en el séptimo capítulo se desarrollan las conclusiones y recomendaciones.

2. MARCO GEOLÓGICO

La zona de estudio se encuentra en la parte noreste de México, en el estado de Coahuila, justo en la frontera con Estados Unidos y cerca de la ciudad de Piedras Negras. El área tiene gran relevancia económica para el país por la continua producción de energéticos en grandes cantidades desde mediados del siglo XIX. Esta región destaca por sus importantes yacimientos de uranio, carbón e hidrocarburos.

Dependiendo del enfoque la zona de estudio es conocida con distintos nombres. En términos de hidrocarburos (Figura 1), el área forma parte de la Cuenca de Burgos (Eguiluz de Antuñano, 2011), extendiéndose desde la costa del Golfo de México en Tamaulipas y el norte de Veracruz hasta el estado de Coahuila. En 2014, en esta cuenca se produjeron 1,221 millones de pies cúbicos diarios de gas natural, lo que representó el 18.69% de la producción nacional (PEMEX, 2014).

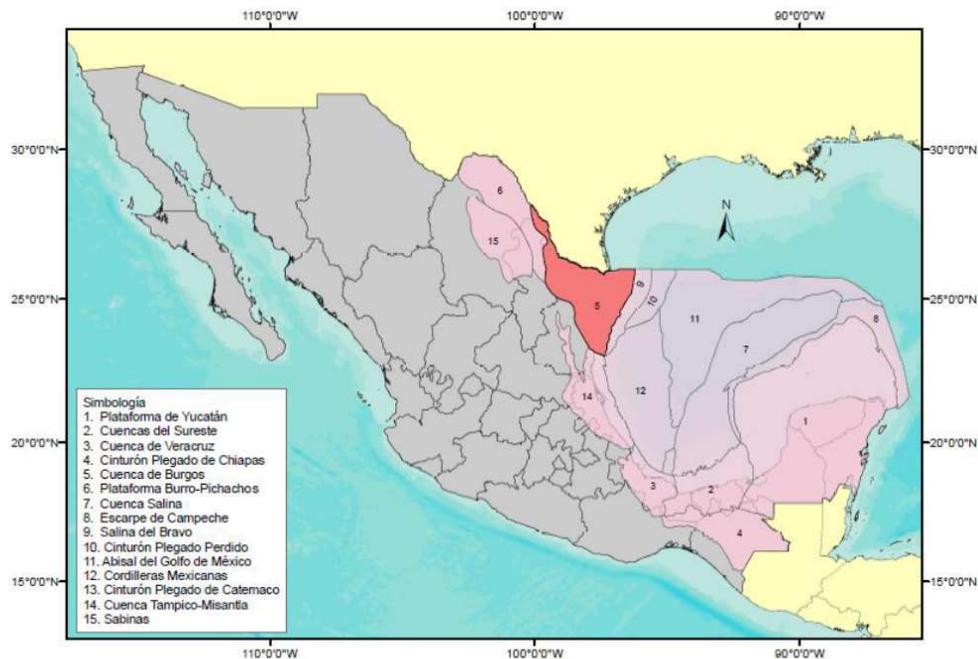


Figura 1. Provincias petroleras de México (PEMEX, 2014).

En términos carboníferos, forma parte de la Zona Fuentes-Río Escondido, dentro de la Cuenca de Sabinas. Es la región productora de carbón más importante del país, llegando a tener más del 90% de la producción nacional en 2003. Estudios recientes

calculan reservas por 1,200 millones de toneladas en la Zona de Fuentes-Río Escondido (Corona-Esquivel *et al.*, 2006)

Finalmente, de acuerdo a la división fisiográfica (Figura 2) propuesta por el Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI), la zona de estudio forma parte de la provincia fisiográfica Grandes Llanuras de Norteamérica, también conocida como Planicie Noreste de México y Planicie de América del Norte (INEGI, 1981). Esta provincia tiene un basamento Paleozoico, cubierto por una plataforma de rocas sedimentarias del Jurásico Superior-Cretácico que se describe en la siguiente sección (Lugo-Hubp, 1990).

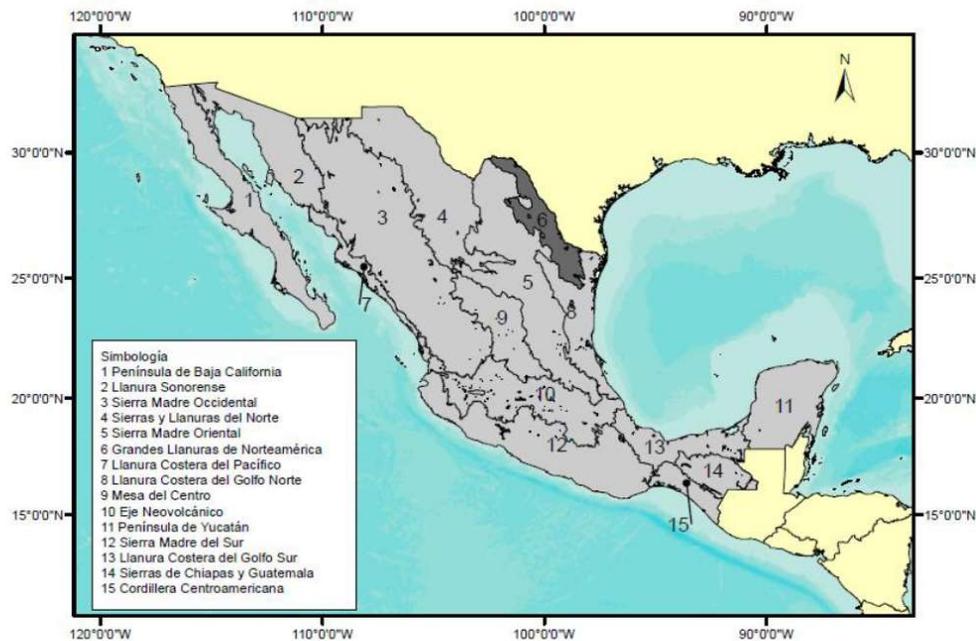


Figura 2. Provincias fisiográficas de México (INEGI, 1981).

2.1 Historia tectónica y de depósito

Siguiendo los trabajos de Vejar Hernandez (1998) y Flores-Galicia (1988) se reconstruye la historia de depósito y evolución tectónica de la zona de estudio.

La sedimentación durante el periodo Jurásico comenzó durante el Calloviano. Durante este periodo, también destaca la formación de rasgos paleográficos

importantes como la Península de Tamaulipas y la Isla de Coahuila, formadas por gneis y granito deformados. También, están presentes la Isla de la Mula que cierra la comunicación hacia mar abierto y el Golfo de Sabinas que es una deformación originada durante la orogenia Laramide.

Para el periodo Cretácico siguen los mismos elementos paleográficos del Jurásico continuando una sedimentación similar. Durante el Turoniano inician las regresiones generalizadas aumentando el contenido de detritos finos en las formaciones calcáreas, dando lugar a las Formaciones Eagle Ford y Austin. Al avanzar las regresiones, el contenido de detritos aumenta creando la Formación Upson con el avance de un delta progradante. Los depósitos de la parte frontal del delta componen la Formación San Miguel.

La Formación Olmos, rica en carbón, se deposita directamente sobre estos cuerpos de arenisca, su ambiente de depósito y su facie, son típicos de una llanura deltaica. La sedimentación de la era Mesozoica finaliza con una transgresión con depósitos someros que componen la Formación Escondido.

En la era Terciaria, posterior al plegamiento se establecen ambientes lacustres con depósitos de arcillas y yesos. La orogenia Laramide pliega toda la secuencia estratigráfica del Cretácico y empiezan a actuar los agentes erosivos sobre las partes altas, esto genera acumulación en las cuencas dando lugar a la Formación Midway.

2.2 Estratigrafía

Las unidades litológicas en la zona de estudio (Figura 3), son facies de dos sistemas depositacionales. El primero, ocurre del Campaniano al inicio del Terciario, muestra una sedimentación clástica terrígena. El segundo, se formó como resultado del depósito de sedimentos transportados por ríos a una paleobahía cretácica, que dieron origen a sistemas de depósito deltaicos (Vejar Hernandez, 1998).

En cuanto a las formaciones presentes en el área de interés destacan:

Formación Wilcox: es un estrato grueso de areniscas y lutitas. Los sedimentos de la parte superior fueron depositados por procesos fluviales y en la parte inferior, fueron transportados y depositados en sistemas deltaicos (Bebout *et al.*, 1982).

Formación Midway: es una facies de ambiente profundo, en su cima tiene depósito de arenisca fina (turbiditas) intercaladas entre pelitas (Eguiluz de Antuñano, 2011).

EON	ERA	PERIODO	ÉPOCA	EDAD EN MILLONES DE AÑOS	NORTE DE LA SERRANIA DEL BURRO	SIERRA DEL CARMEN	SUB-CUENCA FUENTES RÍO ESCONDIDO	SUB-CUENCA COLOMBIA SAN IGNACIO		
FANERÓZOOICÓ	CENÓZOOICÓ	CUATERNARIO			ALUVIÓN		ALUVIÓN	ALUVIÓN		
				NEOGENO	PLIOCENO	2			CONGL. SABINAS REYNOSA	UVALDE
					MIOCENO	5	CONGL. SABINAS REYNOSA		CONGL. SABINAS REYNOSA	
		PALEOGENO	EOCENO	OLIGOCENO	25					
									LAREDO	
									PICO CLAY BIGFORD	
									CARRIZO	
									WILCOX	
									MIDWAY	
						56				
		MESOZOOICÓ	CRETACICÓ	SUPERIOR	PALEÓGENO	66	FORM. ESCONDIDO		FORM. ESCONDIDO	
					MAESTRICHIANO		FORM. OL MOS		FORM. OL MOS	
	69									
	CAMPANIANO					FORM. SAN MIGUEL	FORM. AGUJA	FORM. SAN MIGUEL		
	77					FORM. UPSON	FORM. TERLINGA	FORM. UPSON		
	SANTONIANO					FORM. AUSTIN	FORM. AUSTIN	FORM. AUSTIN		
	83									
	CONACIANO					90				
	TURONIANO					FORM. EAGLE FORD	FORM. EAGLE FORD	FORM. EAGLE FORD		
	95									
	CENOMANIANO					FORM. BUDA	FORM. BUDA	FORM. BUDA		
	100									
	ALBIANO		FORM. DEL RIO	FORM. DEL RIO	FORM. DEL RIO					
	SUPERIOR		FORM. GEORGE-TOWN	FORM. GEORGE-TOWN	FORM. GEORGE-TOWN					
110										

Figura 3. Columna estratigráfica de la zona de estudio (modificada de Vejar Hernandez, 1998).

Formación Escondido: constituida por limolita y argilitas macizas a físis, contiene algunas lentes calcáreas fosilíferas que aumentan en número y espesor hacia arriba de la sección. La edad de esta formación es Cretácico Tardío (Corona-Esquivel *et al.*, 2006).

Formación Olmos: la composición es de lutitas, color gris oscuro, comúnmente carbonáceas, con interestratificación de areniscas y estratos locales de carbón con espesor variable (Vejar Hernandez, 1998).

Formación San Miguel: está formada por limolitas de estratificación delgada que cambian gradualmente hacia arriba hasta limolitas sin estratificación y a algunas areniscas estratificadas. Especímenes fósiles datan la formación a finales del Campaniano (Corona-Esquivel *et al.*, 2006).

Formación Upson: está compuesta principalmente de lutitas color gris obscuro, parcialmente calcítica, que al intemperizarse cambia a amarillento (Vejar Hernandez, 1998).

Tabla 1: Resumen de las diferentes formaciones encontradas en el área de estudio.

Formación	Tipo de roca	Edad (ma)
Aluvión	Aluvión	0-2
Wilcox	Lutitas	50-56
Midway	Areniscas	56-66
Escondido	Limolita	66-69
Olmos	Arcilla	66-69
San Miguel	Limolita	69-77
Upson	Arcilla	69-77
Austin	Caliza	77-90
Eagle Ford	Lutita/Caliza	90-95
Buda	Caliza	95-100

Formación Austin: está caracterizada por sedimentos calcáreos - arcillosos de ambiente de cuenca. Usando estudios de fósiles se estima que la edad de la Formación Austin abarca del Coniaciano al Santoniano (Corona-Esquivel *et al.*, 2006).

Formación Eagle Ford: de litología similar a la formación Austin, constituida por estratos alternados de lutitas calcáreas de color gris oscuro y calizas con estratificación delgada. Su edad varía desde el final del Cenomaniano hasta el Turoniano (Corona-Esquivel *et al.*, 2006).

Formación Buda: está compuesta de calizas con estratificación delgada, su edad es Cretácico Superior (Robeck *et al.*, 1956).

3. MODELO 3D DE LA ZONA DE ESTUDIO

Los modelos 3D de velocidad de propagación de ondas sísmicas tienen un gran impacto en la sismología ya que las ondas sísmicas se propagan por distintos tipos de rocas con diferentes velocidades que dependen de las propiedades físicas de los materiales. Estas diferencias provocan que las ondas sísmicas puedan ser reflejadas, refractadas o difractadas en su trayecto.

Entender la variación de la estructura cortical es importante para poder modelar correctamente la propagación de las ondas sísmicas en el medio, obtener mejores localizaciones de eventos sísmicos y predecir posibles movimientos del terreno (Brocher, 2005a).

En otras áreas de la geofísica los modelos 3D pueden ser utilizados para definir acuíferos y modelar el transporte de contaminantes, o para conocer la distribución de fluidos en un complejo petrolero.

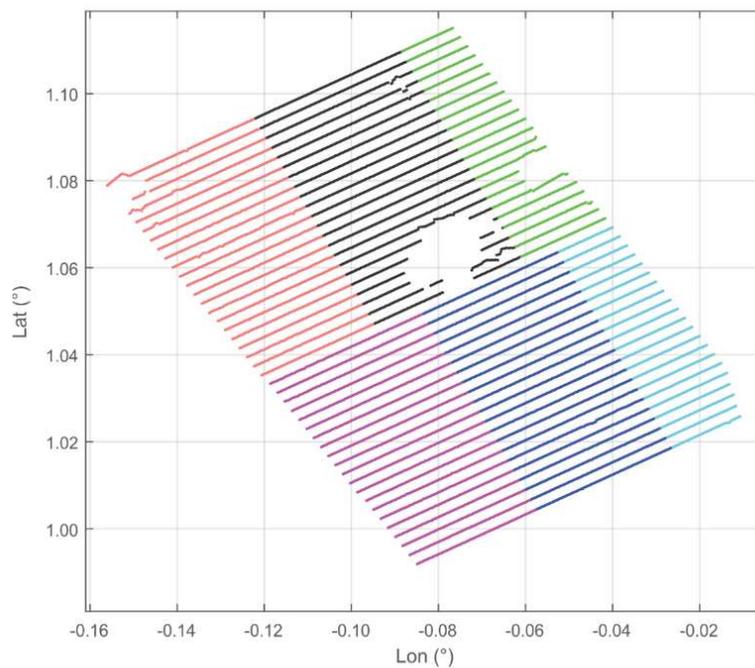


Figura 4. Arreglos utilizados para los sondeos de fuente activa. En rojo el Evento 1, en negro el Evento 2, en verde el Evento 3, en cian el Evento 4, en azul el Evento 5 y en morado el Evento 6.

En el caso de los modelos sísmicos, la fuente primaria de información son sondeos sísmicos de fuente activa o pasiva. Los modelos son construidos combinando la mayor información posible, incluyendo la geología superficial y estructural, la información de registros de pozos, o estudios gravimétricos y magnetométricos (Magistrale *et al.*, 1996; Brocher, 2005a; Hartzel *et al.*, 2006; Lin *et al.*, 2007).

En la zona de estudio, se desplegaron aproximadamente 10,000 geófonos en seis eventos para realizar un estudio de propagación de ondas sísmicas utilizando fuentes activas (Figura 4). Los mismos arreglos fueron utilizados para grabar ruido sísmico durante seis horas. Utilizando los datos de fuente activa, registros de pozos y otras técnicas geofísicas se construyó un modelo que cubre un área aproximada de 500 km² (Figura 5).

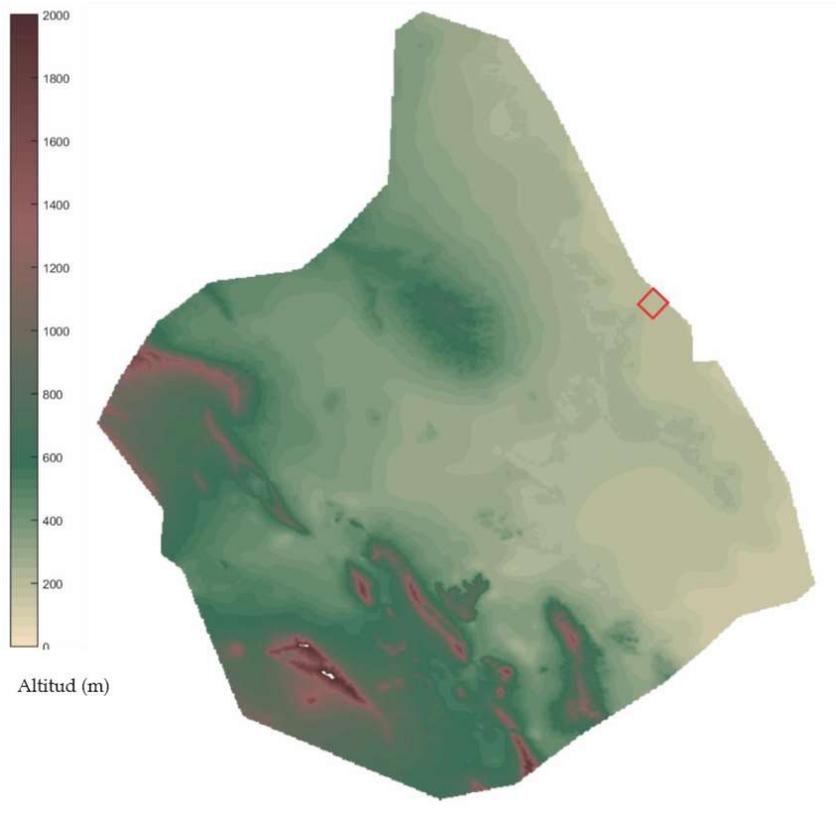


Figura 5. Capa superior del modelo 3D, el recuadro rojo muestra la zona de estudio.

El modelo fue proporcionado por el Instituto Mexicano del Petróleo (IMP) y está conformado por una malla con separación entre puntos de 500 metros y la zona de estudio, abarca menos del 1% de la superficie del modelo. La profundidad máxima es de 5 km.

Se utilizó una interfaz gráfica para poder explotar la base de datos espacial del modelo. Se obtuvieron un par de secciones del modelo. La primera paralela a las líneas de exploración suroeste-noreste (B-B') y otra perpendicular del noroeste al sureste (A-A') para poder obtener una clara idea de la geología de la zona de estudio (Figura 6).

En ambas secciones se graficaron hasta los 1800 metros y están constituidas por nueve formaciones: Midway, Escondido, Olmos, San Miguel, Austin, Eagle Ford, Buda y Peña. La formación Upson no se encuentra en el área de estudio.

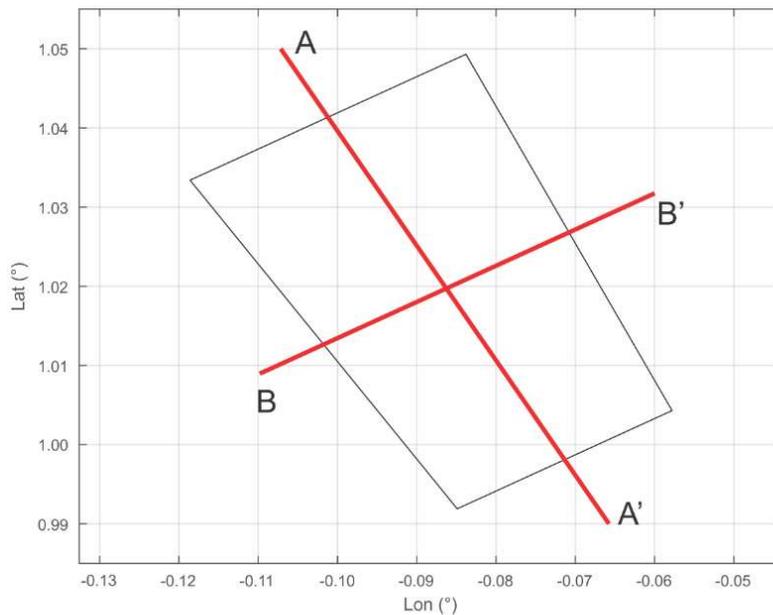


Figura 6. Arreglo y secciones obtenidas.

Las secciones (Figura 7 y 8) muestran los primeros 400 metros ocupados por la formación Midway, posteriormente buzando ligeramente (~7 grados) hacia el

noroeste se encuentran las formaciones Escondido, Olmos, San Miguel, Austin, Eagle Ford, Buda y Peña hasta los dos kilómetros de profundidad.

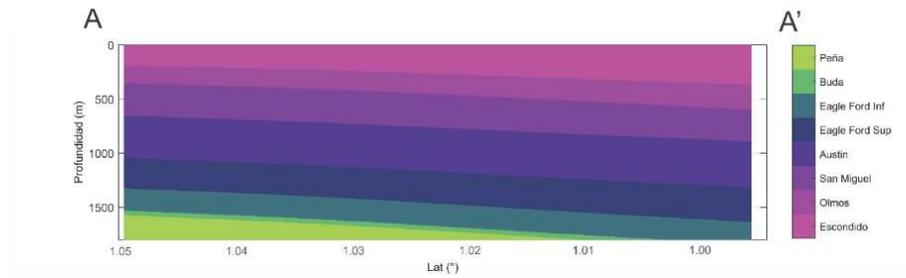


Figura 7. Sección noroeste-sureste

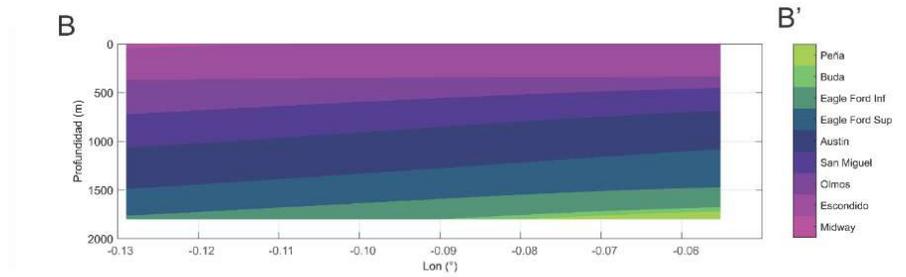


Figura 8. Sección suroeste-noreste

La construcción de este modelo 3D, será de utilidad para poder comparar los resultados obtenidos utilizando los datos de ruido sísmico y los datos sísmicos de fuente activa.

4. MARCO TEÓRICO

En este capítulo se revisan los fundamentos teóricos utilizados en el presente trabajo. Primero se desarrolla el método de la Interferometría Sísmica, posteriormente se revisan los conceptos básicos de las ondas superficiales y su relación con la velocidad de grupo y fase. Para finalizar se discute la aproximación que se hace para realizar la inversión tomográfica y el método utilizado para invertir las curvas de dispersión.

4.1 Teoría y método de la Interferometría Sísmica

La Interferometría es un término general, que agrupa distintas metodologías basadas en la superposición de señales para encontrar diferencias o similitudes, y obtener información acerca de distintas propiedades físicas. En la Sismología, la Interferometría Sísmica utiliza la correlación cruzada de pares de señales para reconstruir la respuesta impulsiva del medio.

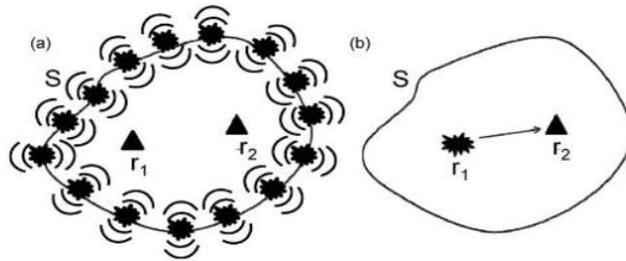


Figura 9. Explicación esquemática del método de interferometría sísmica. a) Dos receptores están rodeados de fuentes que envían campos de ondas en el interior y exterior de S. b) La interferometría sísmica convierte uno de los receptores (r_1) en la fuente virtual de la que se obtiene un sismograma en la otra estación (r_2). (Modificada de Nicolson et al., 2012)

Los elementos en las correlaciones cruzadas de ruido sísmico o interferometría pueden ilustrarse considerando un arreglo de fuentes y receptores como el que se muestra en la Figura 9.a. Los dos receptores o estaciones (sismómetros, geófonos, etc.) ubicados en las posiciones r_1 y r_2 están rodeados de fuentes de energía arbitrariamente colocados alrededor de una frontera S. El campo de ondas que emana cada una de las fuentes se propaga hacia el interior de S y es registrado por los dos receptores. Al efectuar la correlación cruzada de los registros en las dos estaciones debido a cada fuente y apilar el conjunto de señales la energía que viaja a

lo largo de r_1 y r_2 aumenta constructivamente, mientras que la energía que no viaja a través de este camino se añade destructivamente. La señal resultante se aproxima a la función de Green entre r_1 y r_2 , *i.e.* la respuesta observada en r_2 debida a una fuerza en r_1 (Figura 9.b).

La función de Green 3D de desplazamiento entre dos receptores está relacionada con el negativo de la derivada de tiempo de la correlación cruzada de registros (Lobkis & Weaver, 2001; Weaver & Lobkis, 2001; Snieder, 2004; Roux *et al.*, 2005; Gersoft *et al.*, 2006; Sanchez-Sesma & Campillo, 2006). Esto puede escribirse como:

$$-\frac{d}{dt}\langle C_{ij}(r_1, r_2, t) \rangle \approx G_{ij}(r_1, r_2, t) - G_{ij}(r_1, r_2, -t) \quad (1)$$

donde la función de Green $G_{ij}^{disp}(r_1, r_2, t)$ se relaciona con una fuerza unitaria en la dirección i , en el receptor r_1 a la respuesta del desplazamiento en la dirección j , en el receptor r_2 . Los corchetes $\langle \ \rangle$ representan la media del ensamble, o media colectiva del estado por periodos largos de tiempo. La correlación $C_{ij}^{disp}(r_1, r_2, t)$ está definida como:

$$C_{ij}(r_1, r_2, t) = \int_0^T u_i(r_1, \tau) u_j(r_2, t + \tau) d\tau \quad (2)$$

donde u es el desplazamiento y T es la longitud temporal de las observaciones. Calculando la derivada temporal de la ecuación 1, se puede observar que la función de Green de velocidad se relaciona con la correlación cruzada de la siguiente manera:

$$-\frac{d^2}{dt^2}\langle C_{ij}(r_1, r_2, t) \rangle \approx \dot{G}_{ij}(r_1, r_2, t) + \dot{G}_{ij}(r_1, r_2, -t) \quad (3)$$

Si la correlación cruzada $\langle C_{ij}(r_1, r_2, t) \rangle$ es dominada por señales de banda estrecha, la propiedad:

$$-\frac{d^2}{dt^2}\langle C_{ij}(r_1, r_2, t) \rangle \approx \langle C_{ij}(r_1, r_2, t) \rangle \quad (4)$$

Da como resultado:

$$\langle C_{ij}(r_1, r_2, t) \rangle \approx \dot{G}_{ij}(r_1, r_2, t) + \dot{G}_{ij}(r_1, r_2, -t) \quad (5)$$

Lo que indica que la correlación cruzada de registros de desplazamiento da como resultado la función de Green entre un par de estaciones. También, puede mostrarse que si la correlación cruzada está dominada por señales de banda estrecha, pueden utilizarse registros de desplazamiento, velocidad o aceleración y obtener resultados casi idénticos:

$$\langle \dot{C}_{ij}(r_1, r_2, t) \rangle \approx \dot{G}_{ij}(r_1, r_2, t) + \dot{G}_{ij}(r_1, r_2, -t) \quad (6)$$

4.2 Ondas superficiales

A partir de la función de Green estimada pueden obtenerse curvas de dispersión de velocidad. Para obtener estas curvas de velocidad se utilizan las ondas superficiales por su naturaleza dispersiva.

Existen dos tipos de ondas superficiales que se propagan en la superficie de la Tierra: ondas de Rayleigh y ondas de Love. La interacción de ondas incidentes P y SV con condiciones de frontera de una superficie libre, da a lugar a una interferencia que viaja a lo largo de la superficie como onda de Rayleigh. La reflexión total de ondas SH en una superficie libre combinado con las capas internas de la Tierra atrapan reverberaciones de ondas SH, lo que interfiere para producir ondas propagadas horizontalmente llamadas ondas de Love.

Las ondas superficiales difieren de las ondas de cuerpo en varios aspectos, las ondas superficiales viajan más lento, su amplitud decae con la distancia a un ritmo menor y su velocidad es dependiente de la frecuencia (Figura 10).

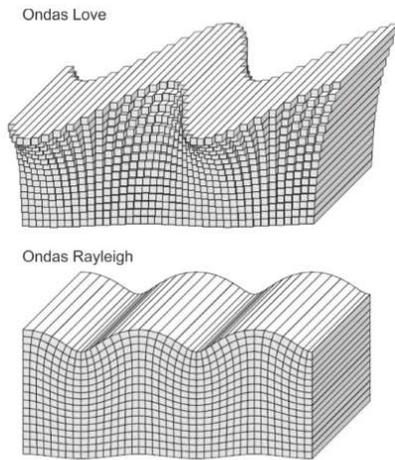


Figura 10. Desplazamiento del modo fundamental de las ondas Love (arriba) y de las ondas Rayleigh (abajo) para una propagación a lo largo de la página. Las ondas Love tienen movimiento puramente transversal, mientras que las ondas Rayleigh tienen movimiento radial y vertical (modificada Shearer, 2012).

Ondas de Rayleigh

Las condiciones de frontera a lo largo de una superficie libre pueden ser satisfechas, lo que lleva a la existencia de una onda acoplada P-SV que viaja a lo largo de la superficie con una velocidad menor a la velocidad de ondas S y con un decaimiento de amplitud exponencial conforme se aleja de la superficie.

El movimiento de este tipo de ondas es en la dirección de propagación y en el plano vertical perpendicular a la propagación. Es generalmente elíptico retrogrado cercano a la superficie hasta aproximadamente $\lambda/5$, distancia en la cual se vuelve progrado, donde λ es la longitud de onda.

Las ondas de Rayleigh pueden ser representadas usando las funciones potenciales Φ y Ψ

$$\Phi = A \exp[i(\omega t - k_x x - k_x r_\alpha z)] \quad (7)$$

$$\Psi = B \exp[i(\omega t - k_x x - k_x r_\beta z)] \quad (8)$$

donde A y B son las amplitudes, k_x es el número de onda en la dirección x , ω es la frecuencia y con

$$r_\alpha = \left(\frac{c_x^2}{\alpha^2} - 1 \right)^{1/2} \quad (9)$$

$$r_\beta = \left(\frac{c_x^2}{\beta^2} - 1 \right)^{1/2} \quad (10)$$

donde c_x es la velocidad aparente, α es la velocidad de onda P y β es la velocidad de la onda SV.

Con la condición de frontera de que las tracciones en la superficie son iguales a cero y considerando que la energía disminuye con la profundidad, se usan las ecuaciones de desplazamiento

$$U_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{\partial \varphi}{\partial z} \quad (11)$$

$$U_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad (12)$$

Para un medio poissoniano los desplazamientos de las ondas de Rayleigh son

$$U_x = A k_x \text{sen}(\omega t - k_x x) [\exp(-0.85 k_x z) - 0.58 \exp(-0.39 k_x z)] \quad (13)$$

$$U_z = A k_x \text{cos}(\omega t - k_x x) [-0.85 \exp(-0.85 k_x z) + 1.47 \exp(-0.39 k_x z)] \quad (14)$$

donde los desplazamientos depende de la variación de la profundidad y la distancia a lo largo de la superficie, y decae a una tasa de $\exp(k_x z)$.

Los desplazamientos en la superficie $z=0$ están dados por

$$U_x = 0.42 A k_x \text{sen}(\omega t - k_x x) \quad (15)$$

$$U_z = 0.62 A k_x \text{cos}(\omega t - k_x x) \quad (16)$$

4.3 Velocidad de grupo y fase

La mayor parte de fuentes sísmicas excitan trenes de ondas en un rango considerable del espectro de frecuencias, cada componente armónica tiene una velocidad llamada de fase $c(\omega)$. Si una onda monocromática fuera excitada, solamente sería necesaria

la velocidad de fase para caracterizar la perturbación. Sin embargo, cuando la excitación ocurre en un rango de frecuencias, las perturbaciones interfieren constructiva y destructivamente, influenciando los patrones del movimiento de terreno. Los patrones de interferencia destructiva se comportan como paquetes de ondas, que se propagan como perturbación a lo largo de la superficie con una velocidad de grupo $U(\omega)$ (Lay & Wallace, 1995).

La velocidad de fase está directamente controlada por los parámetros del medio, como, velocidad intrínseca de propagación de ondas P y S o la rigidez, y por la componente armónica asociada a las condiciones de frontera.

La velocidad de grupo también depende de los parámetros del medio dada su relación con la velocidad de fase. Sin embargo, también depende de la variación de la velocidad de fase con la frecuencia, que contrala la interferencia entre los distintos armónicos.

$$U = c + k \frac{dc}{dk} = c - \lambda \frac{dc}{d\lambda} \quad (17)$$

Como se observa en la ecuación 17, la velocidad de grupo depende de la velocidad de fase, y la variación de esta respecto al número de onda o la longitud de onda. Generalmente, la velocidad de fase en la Tierra decrece monotónicamente con la frecuencia, por lo que $dc/dk < 0$ y $U < c$.

4.4 Medición de la dispersión

Las velocidades de grupo y fase pueden ser obtenidas como función del periodo de las funciones de Green estimadas. Una de las metodologías utilizadas es el análisis frecuencia-tiempo (FTAN) (Levshin *et al.*, 1989).

Velocidad de grupo.

Para calcular la velocidad de grupo se utiliza envolvente de la función o amplitud instantánea, obtenida utilizando la transformada de Hilbert. Una señal analítica $X(t)$, puede ser escrita como:

$$X(t) = |X(t)|[\cos\psi(t) + j\sin\psi(t)] = A(t)e^{j\psi(t)} \quad (18)$$

donde el término $A(t)$ es la envolvente instantánea, que es la trayectoria circundante de la señal, y $e^{j\psi(t)}$ es la función de fase (Feldman, 2011).

Al obtener la función envolvente el tiempo de viaje de grupo, t_{max} , se mide directamente del pico de la función. La velocidad de grupo se calcula como r/t_{max} , donde r es la distancia entre las estaciones. La frecuencia instantánea correspondiente a t_{max} , es determinada por:

$$\omega = \left[\frac{\partial \varphi(t)}{\partial t} \right]_{t=t_{max}} \quad (19)$$

Velocidad de fase

Para una frecuencia instantánea ω la fase de la función de Green estimada en un tiempo t puede expresarse por (Lin *et al.*, 2008)

$$\varphi(t) = kr - \omega t + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4} + N \cdot 2\pi + \lambda \quad (20)$$

donde k es el número de onda, $\pi/2$ es el cambio de fase por la derivada de tiempo, $-\pi/4$ es el cambio de fase por la distribución no homogénea de las fuentes, $N \cdot 2\pi$ es la ambigüedad intrínseca de las mediciones de fase, λ es el término de la ambigüedad de fase de la fuente o la fase inicial que viene de la incertidumbre de la distribución de las fuentes y algunos otros factores.

De la ecuación anterior podemos obtener la velocidad de fase c cuando se tiene la función de Green empírica por medio de:

$$c = \frac{\omega}{k} = \frac{r\omega}{[\varphi(t_{max}) + \omega t_{max} - \frac{\pi}{4} + N \cdot 2\pi + \lambda]} \quad (21)$$

y el tiempo de viaje de fase es r/c . Para obtener resultados de velocidad de fase confiables es necesario determinar N y λ .

El valor de N es determinado en un proceso de dos etapas: en la primera se comparan los resultados obtenidos con estudios previos basados en modelos de velocidad conocidos. El segundo paso es básicamente repetir lo anterior pero utilizando como referencia la curva entre un par de estaciones.

Se puede tomar $\lambda = 0$ como una buena aproximación ya que la mayoría de las mediciones y tendencias causadas por la distribución no homogénea de fuentes es mínima (Lin *et al.*, 2008)

4.5 Tomografía de velocidad de grupo y optimización

Una vez obtenidas las curvas de dispersión es necesario calcular la velocidad promedio por celda. Debido a la gran cantidad de datos y al espacio limitado de memoria se propuso abordar la tomografía como el siguiente problema de optimización por mínimos cuadrados:

$$f = \sum_{i=1}^{nR} (t_i^* - t_i)^2 + \mu |\nabla s| \quad (22)$$

donde t_i^* es el tiempo calculado del problema directo y t_i es el tiempo observado de las mediciones de velocidad de grupo, $\mu |\nabla s|$ es el factor de amortiguamiento.

Reescribiendo el tiempo observado t_i como la suma de la longitud del rayo en cada celda $\lambda_i^{\alpha\beta}$ por la lentitud de cada celda $s^{\alpha\beta}$. Donde α y β son los índices de cada celda.

$$f = \sum_{i=1}^{nR} \left(t_i^* - \sum_{\alpha}^{n\alpha} \sum_{\beta}^{n\beta} \lambda_i^{\alpha\beta} s^{\alpha\beta} \right)^2 + \mu |\nabla s| \quad (23)$$

Derivando respecto a la lentitud $s^{\alpha\beta}$, se obtiene:

$$\frac{\delta f}{\delta s_{\mu\nu}} = \sum_{i=1}^{nR} \left(t_i^* - \sum_{\alpha}^{n\alpha} \sum_{\beta}^{n\beta} \lambda_i^{\alpha\beta} s^{\alpha\beta} \right) \lambda_i^{\mu\nu} + \mu |\nabla s| \quad (24)$$

Igualando a cero y despejando:

$$\sum_{i=1}^{nR} (t_i^* \lambda_i^{\mu\nu}) = \sum_{i=1}^{nR} \left(\sum_{\alpha}^{n\alpha} \sum_{\beta}^{n\beta} \lambda_i^{\alpha\beta} s^{\alpha\beta} \right) \lambda_i^{\mu\nu} + \mu |\nabla s| \quad (25)$$

Siendo el lado derecho de la ecuación solo diferente de cero cuando la combinación de índices representa celdas donde existe cada rayo. Quedando un sistema con el mismo número de ecuaciones que celdas en la tomografía.

$$\sum_{i=1}^{nR} (t_i^* \lambda_i^{\mu\nu}) = \sum_{i=1}^{nR} s^{\alpha\beta} \left(\sum_{\alpha}^{n\alpha} \sum_{\beta}^{n\beta} \lambda_i^{\alpha\beta} \lambda_i^{\mu\nu} \right) + \mu |\nabla s| \quad (26)$$

Posteriormente, se soluciona el sistema de ecuaciones donde la incógnita es la lentitud de cada celda utilizando:

$$\begin{bmatrix} t^{11} \lambda^{11} \\ \dots \\ t^{\mu\nu} \lambda^{\mu\nu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1^{11} \lambda_1^{11} & \dots & \lambda_1^{\alpha\beta} \lambda_1^{11} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_1^{11} \lambda_1^{\mu\nu} & \dots & \lambda_1^{\alpha\beta} \lambda_1^{\mu\nu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s^{11} \\ \dots \\ s^{\mu\nu} \end{bmatrix} + \mu |\nabla s| \quad (27)$$

4.6 Inversión de curvas de dispersión de ondas superficiales

Para la inversión de las curvas de dispersión se utilizó el algoritmo del vecino más próximo (*Nearest neighbour algorithm*). Este es un método estocástico de búsqueda

directa para encontrar modelos con ajuste aceptable en un espacio de parámetros multidimensional. Para el caso de las ondas superficiales, los parámetros de búsqueda son la velocidad de las ondas P y S, la densidad y el espesor de las capas (Sambridge, 1999).

Como otros algoritmos de búsqueda directa, este método genera muestras pseudoaleatorias en el espacio de los parámetros para calcular curvas de dispersión (problema directo). La comparación del problema directo con las curvas de dispersión medidas da como resultado un desajuste único que indica que tan diferentes son.

Una de las grandes ventajas de usar este algoritmo, es que utiliza las muestras previas para mejorar los nuevos modelos.

El problema directo se calcula siguiendo la derivación de Dunkin (1965) donde propone hacer los cálculos modales de la propagación de ondas en medios estratificados a altas frecuencias. Dunkin, formula una solución matricial que da a lugar a una descomposición de las soluciones modales en partes de fuentes y receptores.

Para resolver el problema inverso, Whatelet *et al.* (2004), proponen la siguiente ecuación:

$$V_i = V_0[(z_n + 1)^\alpha - (z_0 + 1)^\alpha + 1] \quad (28)$$

donde V_i es la velocidad de la capa (V_p o V_s), z_0 es la parte superior de la capa considerada, V_0 es la velocidad de la capa en z_0 y α es el exponente de una ley de potencias que varía entre 0 y 1.

La función de $V_i(z)$, se discretiza en un número fijo de capas homogéneas. Una de las limitantes del método es que el número de capas debe de ser el menor posible, siendo lo ideal entre 5 y 10 estratos.

Una vez calculadas las curvas de dispersión utilizando los parámetros aleatorios dados por el algoritmo de vecino más próximo, se evalúa el desajuste respecto a los a la curva de dispersión teórica.

$$desajuste = \sqrt{\sum_{i=0}^{n_F} \frac{(x_{di} - x_{ci})^2}{\sigma_i^2 n_F}} \quad (29)$$

donde x_{di} es la velocidad de la curva de dispersión medida en la frecuencia f_p , x_{ci} es la velocidad de la curva calculada en la frecuencia f_p , σ_i^2 es la incertidumbre de las muestras de frecuencia y n_F es el número de las muestras de frecuencia consideradas.

5. METODOLOGÍA

En este capítulo se hace una descripción de los pasos seguidos para seleccionar y preparar los datos, obtener las funciones de Green, calcular las velocidades de grupo y fase, estimar los mapas de tomografía e invertir las curvas de dispersión para obtener los perfiles de velocidad de onda P y onda S.

5.1 Datos y equipo utilizado

La adquisición de la información de los registros de ruido ambiental, se realizó mediante un levantamiento de geometría aproximadamente rectangular. Se desplegaron aproximadamente 10,000 geófonos en seis arreglos de número de equipos variables entre 1000 y 2000. Para este trabajo se emplearon 1819 geófonos correspondientes al evento 6 (Figura 11), que se registraron en 21 líneas separadas 120 metros entre sí. El número de equipos por línea varía entre los 76 y 96 geófonos, los sensores se ubicaron a 40 metros de distancia.

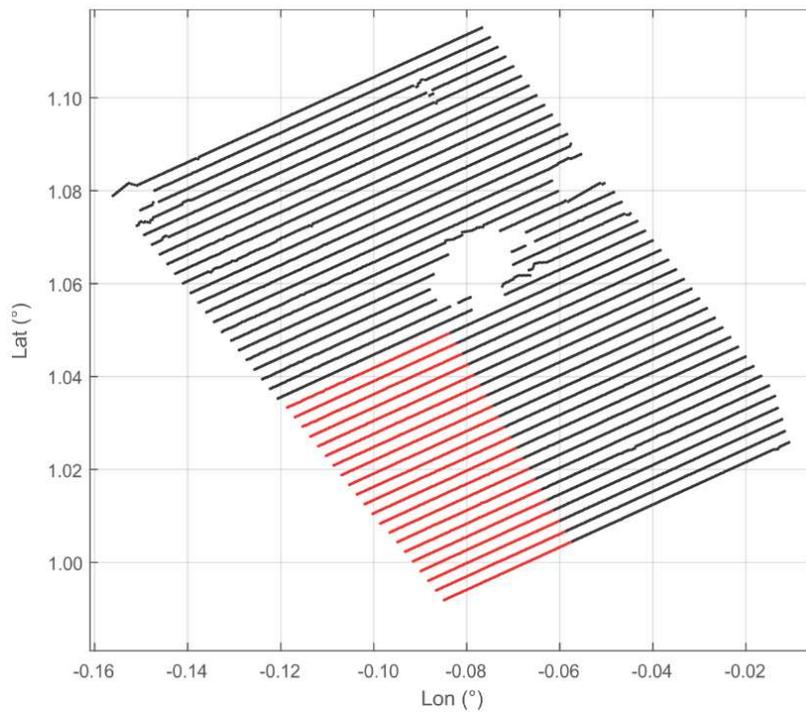


Figura 11. Arreglo total, en rojo la sección utilizada en este trabajo.

El modelo de los nodos elegido fue 3C SOLO 10Hz (HP301) fabricados por la empresa *Dynamic Technologies* (DTCC), equipos de tres componentes y con frecuencia de corte de 10 Hz (Figura 12). Los datos se grabaron a 24 bits a cada 2 ms. Las características técnicas se resumen en la Tabla 2.



Figura 12. Equipos de registro de ruido utilizados en este trabajo

Tabla 2: Características técnicas del sensor (*Dynamic Technologies, 2014*).

Parámetro	Rango
Frecuencia natural	10 Hz \pm 3.5%
Espurios	240 Hz
Resistencia de la bobina	1800 ohm \pm 5 %
Masa móvil	14 g (0.49 oz)
Distorsión de la vertical a 10°	<0.15% medido a 12 Hz
Diámetro	30.2 mm
Altura	39.9 mm
Peso	130 g
Rango de temperatura	-40° C ~ 90 ° C

A pesar de que la frecuencia natural de los geófonos es de 10 Hz en el espectro de amplitud se observa un gran contenido de información de 0.5 a 100 Hz. En bajas frecuencias (> 10 Hz), también se observa un contenido espectral suficiente para poder obviar este límite (Figura 13), como se ha mostrado en otros trabajos usando ruido grabado en geófonos (Lin *et al.*, 2013; Roux *et al.*, 2016).

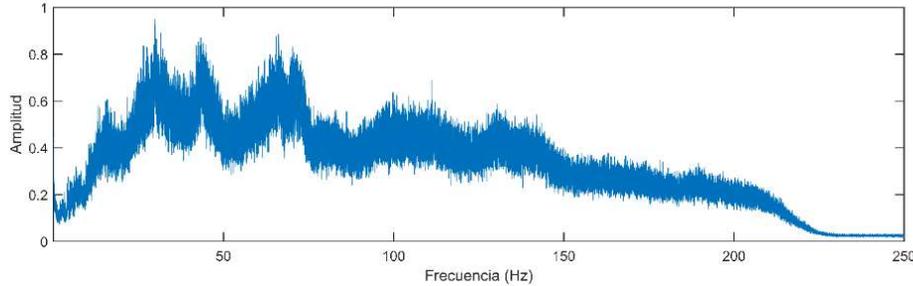


Figura 13. Espectro de amplitud para la primera ventana de tiempo del geófono 1813.

5.2 Obtención de las funciones de Green

La metodología empleada en este trabajo es, con pequeñas variantes, la propuesta por Bensen *et al.* (2007) (Figura 14).

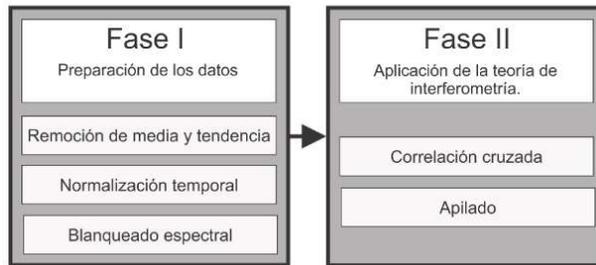


Figura 14. Metodología de trabajo propuesta

La primera fase consiste en la preparación de los datos, en la cual se remueven la media y la tendencia, se hace una normalización temporal para minimizar los eventos transitorios y se aplica el blanqueado espectral. La segunda fase es la aplicación de la correlación cruzada para todas las ventanas de todos los pares de estaciones y el apilado de las mismas.

Preparación de los datos.

Como se revisó en la sección anterior, para poder obtener la función de Green entre dos estaciones se necesita una distribución aleatoria de las fuentes. Revisando distintos pares de estaciones, se encontró una fuente estacionaria, afectando en ciertas ventanas en un amplio rango de frecuencias (Figura 15). Después de distintas pruebas para modular esta fuente, se decidió eliminar completamente 114 ventanas contaminadas.

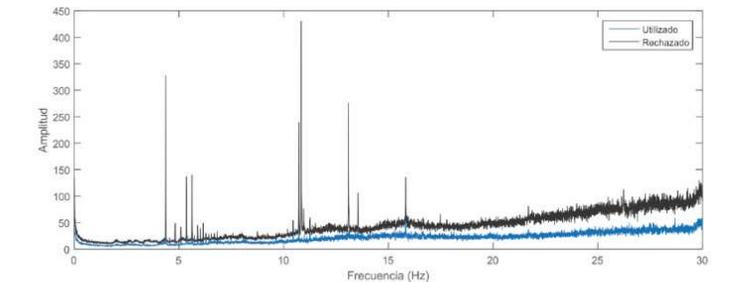


Figura 15. Diferencias en el espectro entre los datos desechados y los utilizados.

Posteriormente, se acondicionaron los datos restantes de forma individual, corrigiendo por línea base, identificando los huecos y saltos espurios, normalizando espectralmente y filtrando los registros en una banda de interés. Debido a la gran cantidad de registros, se paralelizó el procedimiento (Figura 16).

El primer paso de la preparación es la corrección por línea base, que consiste en llevar el registro al cero y se efectuó mediante la aplicación de un filtro de promedios móviles a la señal que posteriormente se sustrajo a la original. Después de la corrección por línea base, se identificaron los vacíos y se llenaron con ceros. En algunas ocasiones la señal registrada se vio afectada por saltos en la amplitud demasiado grandes para poder interpretarlos como un evento, o ruido no estacionario, por lo que fue necesario eliminar esa sección del registro. El criterio que se siguió en este caso fue calcular las medias de los valores positivos y negativos e imponer como umbral de corte diez veces la media por polaridad; aquellas muestras que sobrepasan dicho umbral se hicieron cero.

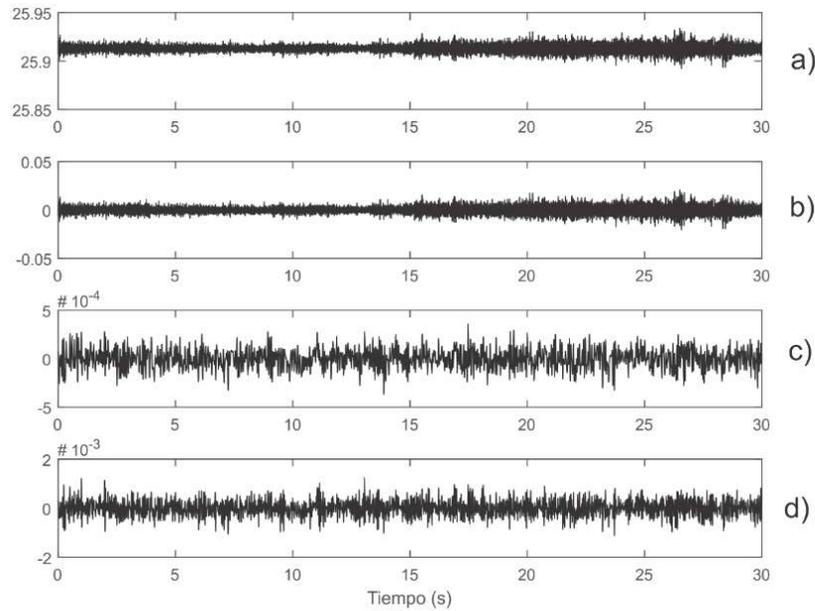


Figura 16. Ejemplo del preprocesado para la estación 1. a) Señal original, b) corrección por línea base y tendencia, c) blanqueado espectral, d) filtrado.

La segunda etapa es la normalización espectral o blanqueado de la señal. El ruido ambiental no es plano en el dominio de las frecuencias, se puede decir que no es espectralmente blanco. La normalización o blanqueado espectral busca reducir los desequilibrios en el espectro de la señal. Además, el blanqueado ayuda a ampliar la banda de señal de ruido sísmico en las correlaciones cruzadas y reduce la degradación de la señal causada por fuentes monocromáticas persistentes. La técnica de blanqueado en frecuencia se aplica exclusivamente sobre el espectro de amplitud, permitiendo que el espectro de fase de la señal original se mantenga intacto (Lee, 1986).

Por último se realizó el filtrado de la señal. En un registro de ruido ambiental, existen frecuencias que pueden ser de mayor interés que otras y resulta útil reducir la amplitud o variaciones de otras frecuencias al filtrarlas antes de analizar la señal. A todas las señales se les aplicó un filtro pasa-bandas de Ormsby con frecuencias de corte 0.1 y 20 Hz y 12 polos.

Correlaciones cruzadas de ruido

La segunda fase del procesado consiste en realizar la correlación cruzada entre todos los pares de estaciones. La correlación cruzada tiene una naturaleza similar a la convolución, la diferencia estriba en que la primera no involucra una inversión de la señal como ocurre en la segunda. Esto se puede observar en la siguiente relación

$$C_{fg} = f \star g = f(-t) * g \quad (30)$$

donde \star y $*$ indican correlación y convolución, respectivamente. Es decir, la correlación cruzada es la convolución con el reverso de una de las dos señales.

Después de realizar la correlación cruzada en ventanas de 60 s, todas fueron apiladas (Figura 17). Los resultados del apilado de las correlaciones cruzadas, son series con un tiempo positivo, parte causal, y un tiempo negativo, parte no causal, que corresponden a retrasos positivos y negativos en la operación de correlación. Si las fuentes del ruido ambiental están distribuidas de forma acimutalmente homogénea las correlaciones cruzadas serían simétricas (Figura 18). Sin embargo, al no cumplirse la condición mencionada, se observan amplitudes y contenido espectral asimétrico. Con el objetivo de aumentar el cociente señal ruido de las funciones de Green, se promediaron las partes causal y no causal.

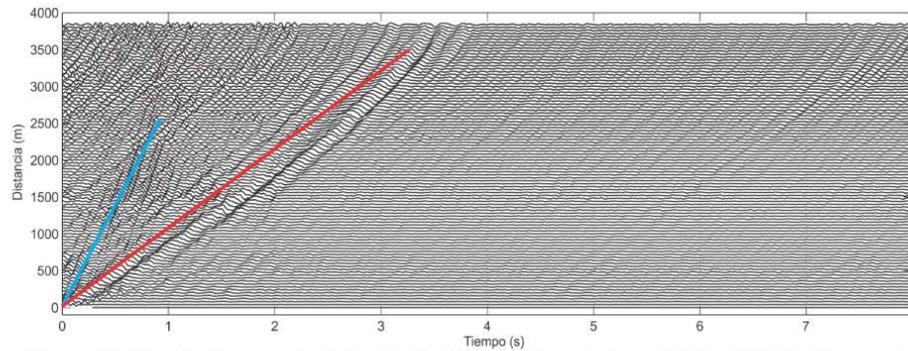


Figura 17. Correlación cruzada de la estación 1819 con las estaciones 1723 a 1819. La línea azul marca tren de las ondas de cuerpo y la línea roja de las ondas superficiales.

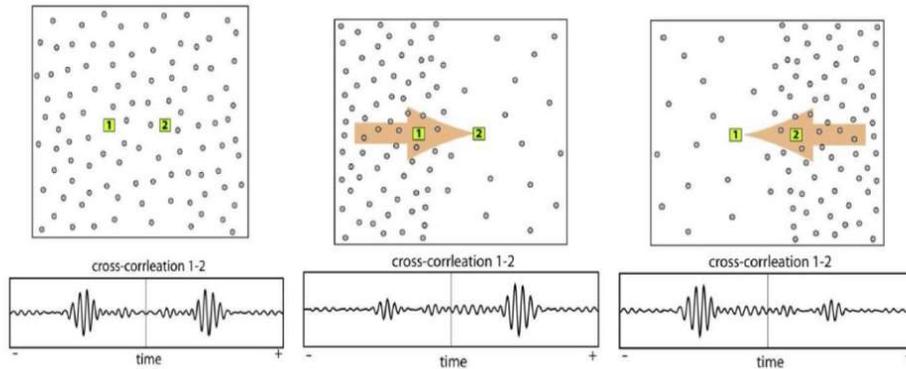


Figura 18. Correlación cruzada dependiendo de la localización de las fuentes (Stehly et al., 2006)

5.3 Medición de velocidades de grupo y fase

Una vez obtenidos los apilados de todas las correlaciones cruzadas se calcularon las velocidades de grupo y fase (Figura 19). Para esto, se utiliza la metodología de análisis frecuencia-tiempo (FTAN) (Levshin, 1989) descrita en la sección 4.4.

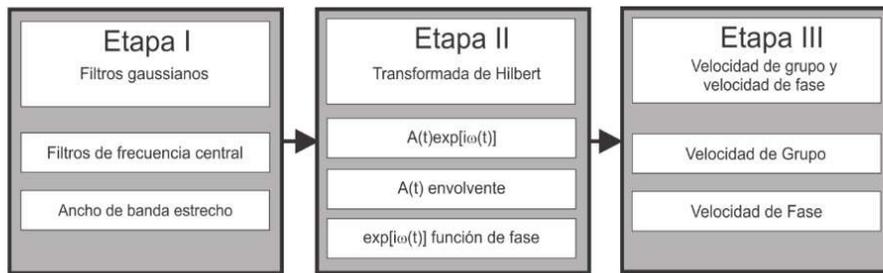


Figura 19. Flujo de trabajo (modificado de Rabade Garcia, 2015)

Previo a realizar la medición de la velocidad de grupo y velocidad de fase, fue necesario aplicar una serie de filtros Gaussianos de banda estrecha. La respuesta de estos filtros es una aproximación a la función de Gauss.

Selección de resultados

El cociente señal ruido, en inglés *signal-to-noise ratio* (SNR), provee información sobre la cantidad de energía de un evento (en este caso el generado por una fuente virtual) comparada con la energía del ruido de fondo. Lin et al. (2015), proponen

calcular el cociente por periodo (la función de Green procesada con el filtro Gaussiano) para cada par de estaciones dividiendo el valor pico de la señal y el promedio de la suma de los cuadrados (RMS, por sus siglas en inglés) del resto de la señal para arreglos densos con geófonos. El valor de corte escogido para este trabajo de SNR fue de 8.

Otro de los criterios de selección fue la distancia entre estaciones. Generalmente en estudios utilizando ruido sísmico, la distancia entre las estaciones Δ debe ser al menos tres veces la longitud de onda (Bensen *et al.*, 2007). En los arreglos densos de ruido, comúnmente se usa una sola longitud de onda (Lin *et al.*, 2013).

Velocidad de grupo y fase

Después de la selección de resultados, se realiza la medición de la velocidad de grupo y fase utilizando siete filtros con frecuencia central de 0.7, 1.4, 2.1, 3.4, 4.5, 5.3 y 6.5 Hz. La información obtenida se resume en la Tabla 3.

Para los primeros dos filtros el número de mediciones obtenidas es menor por el criterio de selección de distancia mínima entre estaciones. Para el resto de filtros se escogió una cantidad similar tomando en cuenta el tiempo de cómputo necesario para el cálculo y la densidad de datos deseada para la tomografía.

Tabla 3: Resumen de resultados obtenidos en la dispersión

Frecuencia central (Hz)	Vel. de grupo promedio (km/s)	Número de rayos	Dist. mínima entre estaciones (m)
0.7	2.2	131,102	3100
1.4	1.9	184,985	1350
2.1	1.7	246,553	810
3.4	1.5	251,582	440
4.5	1.3	265,418	290
5.3	1.1	254,149	210
6.5	0.8	228,120	120

5.4 Tomografía

La evaluación de los parámetros para las pruebas de resolución de la tomografía, se hizo teniendo en cuenta estudios previos en los que se engloba a la zona de estudio. Estos hicieron mapeos de la velocidad de la onda de Rayleigh, que sirvieron de base para la comparación de los arribos de la onda a diferentes periodos y establecer los regímenes de calidad e identificar valores fuera de la tendencia.

Para realizar las pruebas de resolución de la tomografía, se tomaron en cuenta los datos de la sección 3.

Para revisar el tamaño de celda que puede resolverse, es decir la resolución, comúnmente se utiliza la prueba del tablero de ajedrez o *Checkerboard Test* (Figura 20). Esta consiste en proponer un medio sintético con variaciones positivas y negativas significativas, posteriormente se trata de recuperar este medio con la inversión de los tiempos de viaje teóricos. Con esta prueba, además de ver la máxima resolución, también se conoce el tamaño mínimo de la rejilla al que puede llegar a solucionar.

Después de varias pruebas se decidió utilizar celdas de 140x140 metros (Figura 21). Esta rejilla se perturbó 5% para el primer filtro. Al tener una buena resolución con todos los filtros, se decidió utilizar esta malla durante todo el trabajo.

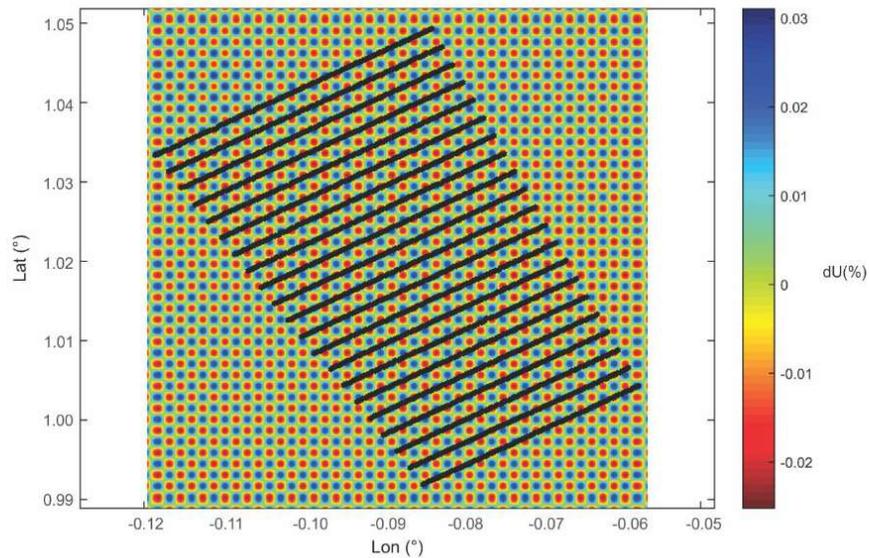


Figura 20. Checkerboard o tablero de ajedrez con la malla propuesta para todos los filtros.

Tras obtener resultados satisfactorios en las pruebas de resolución (Anexo 1), se procedió con la tomografía. El primer paso fue generar una base de datos donde se reviso por cuales celdas pasan cada uno de los rayos hacieno una aproximación de alta frecuencia donde se supone que los rayos son rectos.

Una vez completada la base de datos, se hacen las operaciones descritas en la sección 4.5, lo que deja un sistema de ecuaciones que relaciona la lentitud de cada celda y con el tiempo de viaje de cada rayo que pasa por ella. Con el objetivo de disminuir las diferencias entre celdas cercanas, se utilizó un regularizador o amortiguamiento. Para calcular el mejor amortiguamiento se utilizó lo propuesto por Diehl *et al.* (2009), donde la varianza de los datos (Ec. 31) es comparada con la varianza del modelo. El amortiguamiento preferido es el que relaciona mejor el desajuste de los datos y la variación del modelo.

$$var = \frac{1}{wndof} \sum_{i=1}^{nobs} w_i \partial t_i^2 \quad (31)$$

donde $wndof$ es el número de grados de libertad pesados, definido por:

$$wndof = \sum_{i=1}^{nobs} w_i - (4 \cdot nsc) - nnode \quad (32)$$

donde $nobs$ es el número total de observaciones (rayos), w_i es el peso para la i ésima observación (entre 0 y 1), nsc es el número de fuentes virtuales, $nnode$ es el número de celdas de la malla, y ∂t_i es el residual entre el tiempo del problema directo y el tiempo observado en las mediciones.

Se calcularon dos curvas de *trade-off*, la primera utilizada para los primeros dos filtros y la segunda utilizada para el resto de filtros (Figura 22).

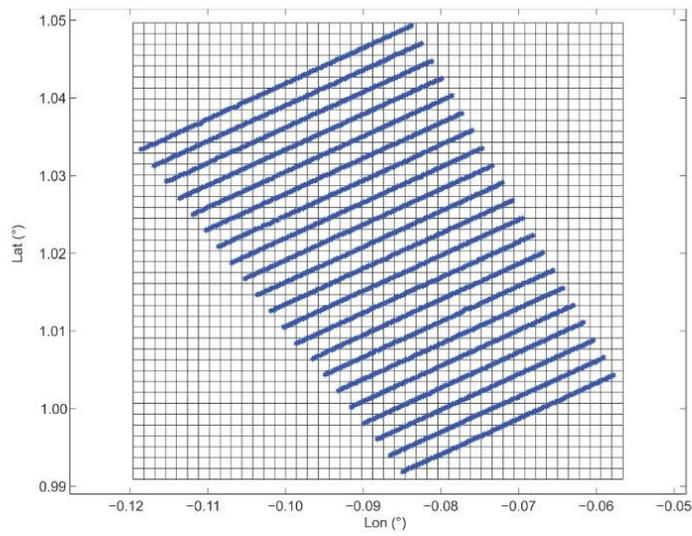


Figura 21. Malla propuesta de 140 x 140 metros.

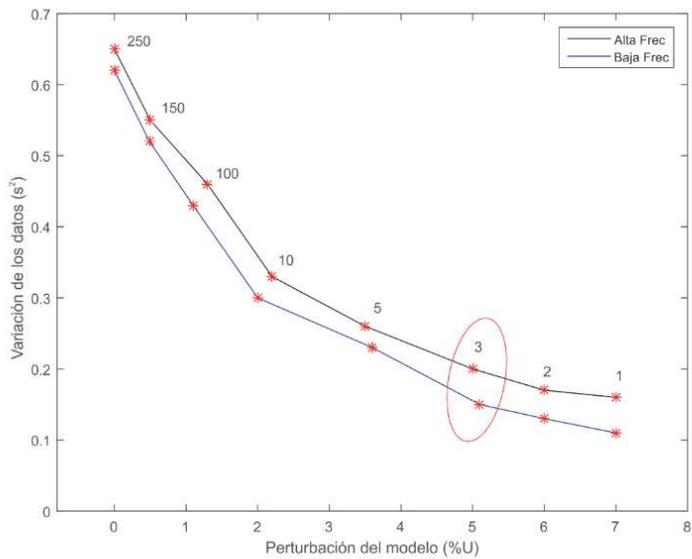


Figura 22. Curvas de trade-off. En azul, la curva para los primeros dos filtros. En negro, la curva de trade-off para el resto de filtros. La elipse roja indica el amortiguamiento óptimo.

5.5 Inversión de ondas superficiales

Para obtener los perfiles de velocidad de onda S se llevó a cabo una inversión de la curva de dispersión, en este trabajo se empleó únicamente la velocidad de grupo en el rango de frecuencias de 0.7 a 6.5 Hz (Figura 23).

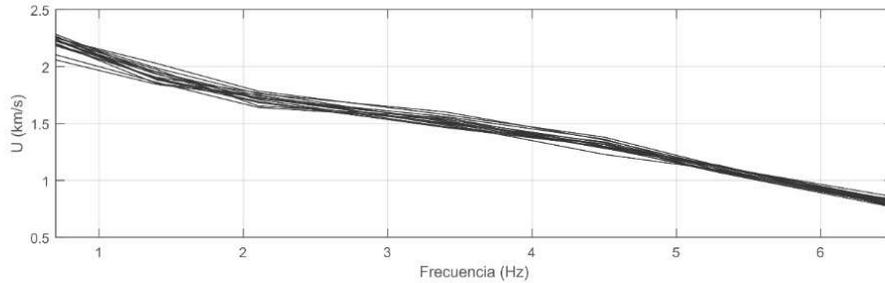


Figura 23. Curvas de dispersión a invertir.

Parámetros del problema

La densidad del material tiene poca influencia en las curvas de dispersión y generalmente es un valor fijo constante que cambia de capa en capa. Las velocidades de onda P y onda S están ligadas por el cociente de Poisson que debe estar entre 0.2 y 0.5.

Tabla 4: Velocidades y profundidades de las capas del modelo inicial

Profundidad (m)	Vp (m/s)	Vs (m/s)
0-150	2500-3500	1000-2000
150-400	3500-4000	2000-2500
400-1200	4000-4500	2500-3000
1200-3000	4500-7000	3000-4500

El modelo de velocidad de onda S es propuesto suponiendo tres capas y un semiespacio con velocidades entre 1 y 4.5 km/s y una profundidad máxima de 3000 metros (Figura 21). El valor de V_p y densidad, es obtenido utilizando las relaciones propuestas por Brocher (2005b). Estos datos se resumen en la Tabla 4.

Las dieciséis curvas se invirtieron usando este modelo y se iteró hasta tener un desajuste menor al 1%.

6. RESULTADOS

En este capítulo se muestran los resultados obtenidos en este trabajo. En la primera sección, se muestran los mapas de tomografía para los distintos periodos de este trabajo (Figura 24 a 30). En la segunda sección se muestran los dieciséis perfiles de velocidad de onda S, obtenidos a través de la inversión de las curvas de dispersión (Figura 32 a 35).

6.1 Mapas de tomografía

Se obtuvieron siete mapas de tomografía con una resolución de 140 metros. Esta resolución se escogió por la combinación entre las pruebas de *checkerboard*, el tiempo de cómputo y el nivel de detalle deseado. Las frecuencias centrales de los tomogramas son de 0.7, 1.4, 2.1, 3.4, 4.5, 5.3 y 6.5 Hz. La velocidad promedio de cada imagen es de 2.2, 1.9, 1.7, 1.5, 1.3, 1.1 y 0.8 km/s, respectivamente.

Se pueden dividir en dos grupos los mapas obtenidos, para bajas frecuencias (0.7-4.5 Hz), se observan mayores cambios en la velocidad, donde claramente la parte norte del arreglo tiene una velocidad mayor a la parte sur, con diferencias que van desde el 15% a 0.7 Hz al 8% a 4.5 Hz (Figuras 24 a 28). Este cambio gradual de velocidad de norte a sur concuerda con lo observado en el modelo 3D presentado en la sección 3 de este trabajo (Figuras 7).

Para altas frecuencias 5.3 y 6.5 Hz (Figura 30 y 31), se tiene un ambiente más homogéneo con cambios mínimos de velocidad ~5% pero se mantiene la tendencia de disminución de velocidad de norte a sur. Esto también es concordante con las secciones presentadas en el capítulo 3, que muestra que la inclinación de los estratos someros es casi nula (Figura 7).

Lo que no se observa en los mapas de tomografía es el cambio de velocidad presente en la sección este-oeste (Figura 8). Este cambio es menos pronunciado que el norte-sur pero es considerable.

Las diferencias de velocidad entre cada mapa, es decir, la disminución paulatina de la velocidad de grupo conforme aumenta la frecuencia, coincide con el aumento monótonico en la Tierra de la velocidad de grupo discutido en la sección 4.3.

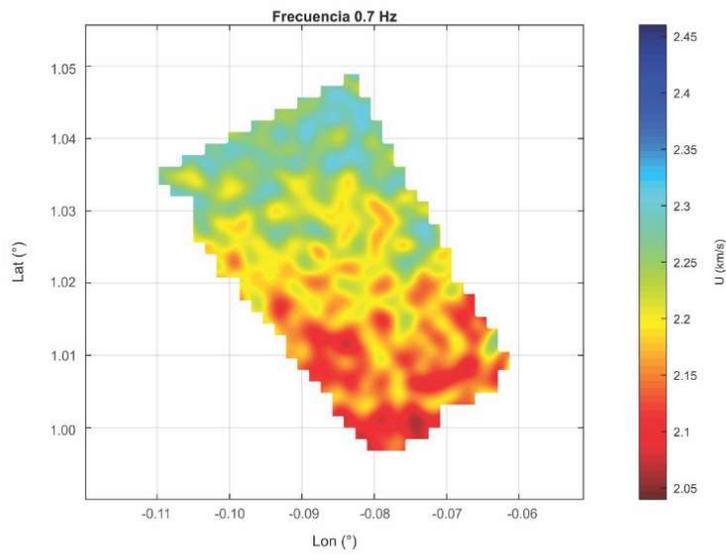


Figura 24. Mapa de tomografía para el primer filtro (0.7 Hz).

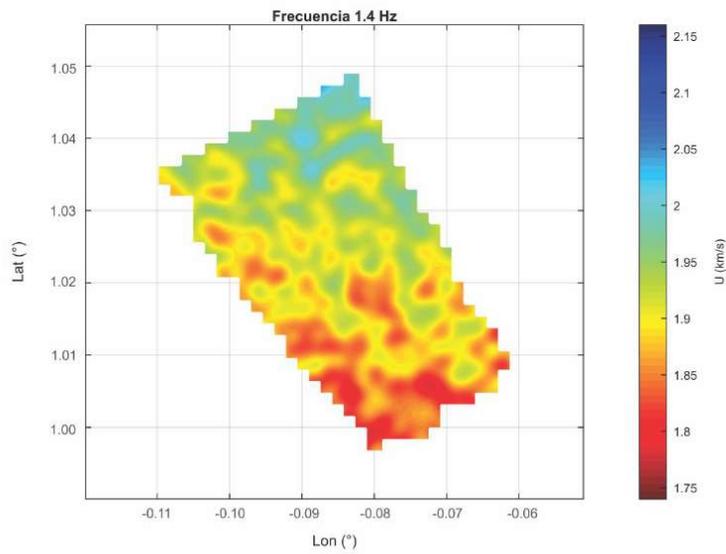


Figura 25. Mapa de tomografía para el segundo filtro (1.4 Hz).

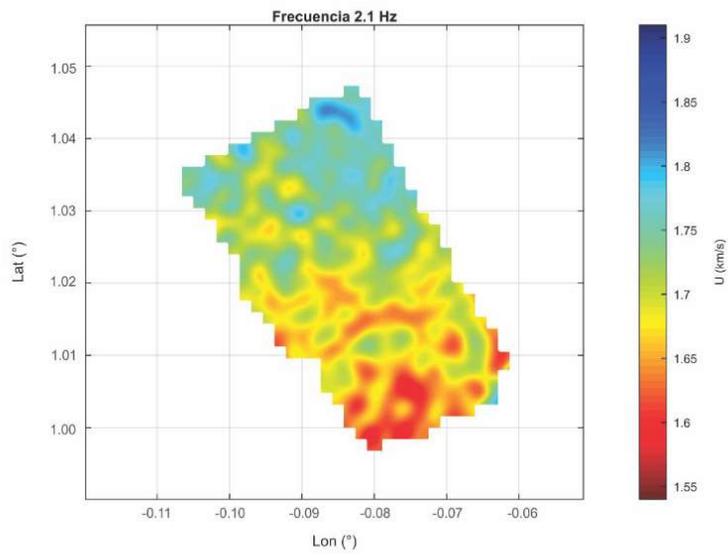


Figura 26. Mapa de tomografía para el tercer filtro (2.1 Hz).

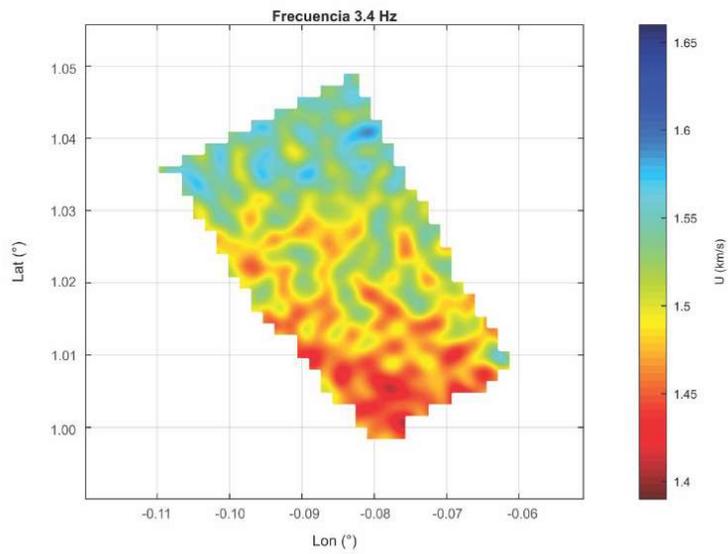


Figura 27. Mapa de tomografía para el cuarto filtro (3.4 Hz).

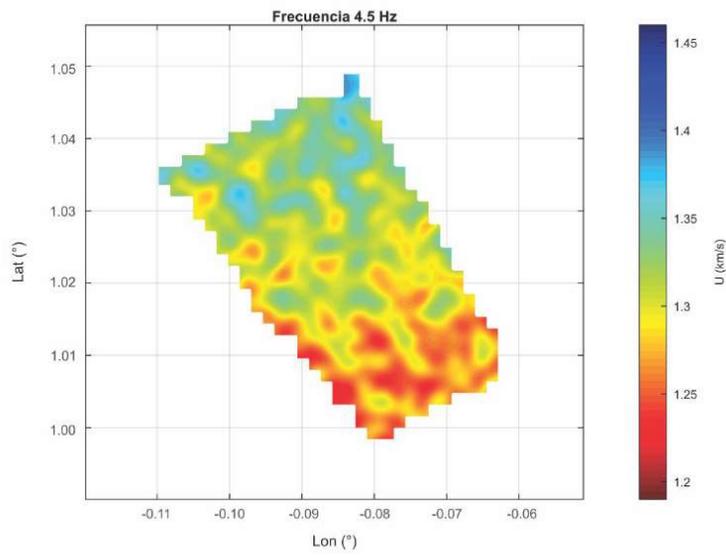


Figura 28. Mapa de tomografía para el quinto filtro (4.5 Hz).

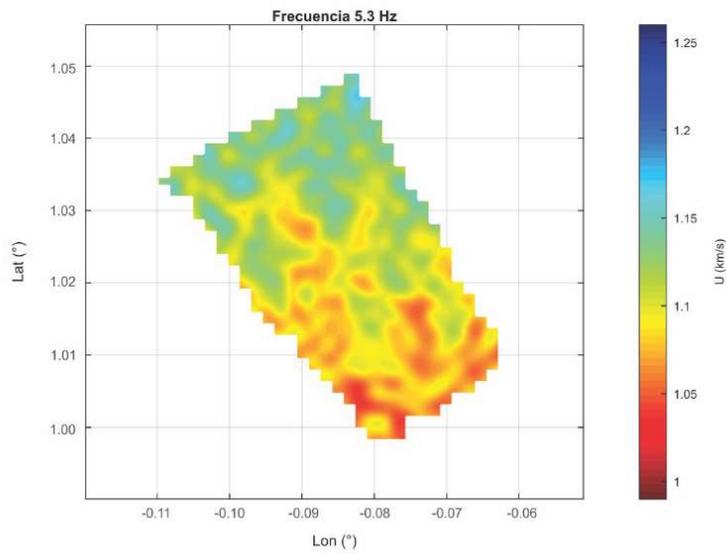


Figura 29. Mapa de tomografía para el sexto filtro (5.3 Hz).

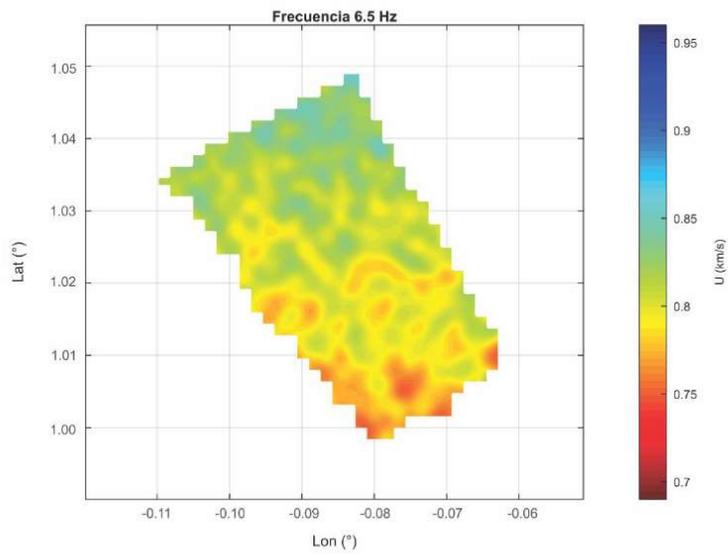


Figura 30. Mapa de tomografía para el séptimo filtro (6.5 Hz).

6.2 Modelos de velocidad de onda S

Se obtuvieron dieciséis perfiles de velocidad de onda P y onda S a partir de curvas de dispersión de ondas superficiales (Figura 23). Para evitar una posible contaminación por efectos de borde, se seleccionaron los puntos hacia la parte central del arreglo. Los dieciséis puntos están repartidos en cuatro perfiles paralelos a las líneas del arreglo (Figura 31).

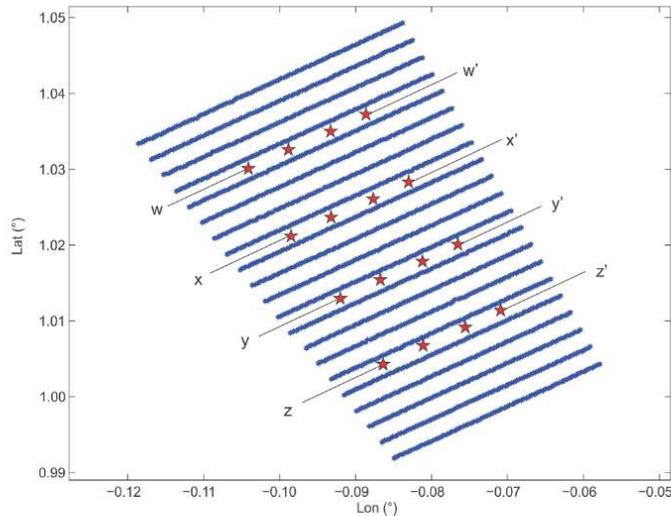


Figura 31. Modelo inicial de velocidades, en azul están graficadas todas las estaciones y las estrellas rojas es el sitio de los perfiles de dispersión invertidos.

Se obtuvieron resultados confiables hasta 1400 metros, esto concuerda con la regla empírica que dice, que la sensibilidad de las ondas superficiales es una tercera parte de la longitud de onda (Horike, 1985).

En todos los perfiles se observan tres contactos. El primero cerca de los 100, que puede estar relacionado al cambio del aluvión del Cuaternario a las rocas sedimentarias del Terciario. El segundo alrededor de los 250 metros, posible contacto entre las formaciones Escondido y Olmos. Y el tercer cambio de velocidad alrededor de los 950 metros, posiblemente el límite entre las formaciones Eagle Ford y Austin.

La disminución gradual de velocidad que se observó en los mapas de tomografía del noroeste al sureste es poco perceptible en la inversión. Tampoco se observa el cambio de velocidad correspondiente al límite entre las formaciones Olmos y San Miguel.

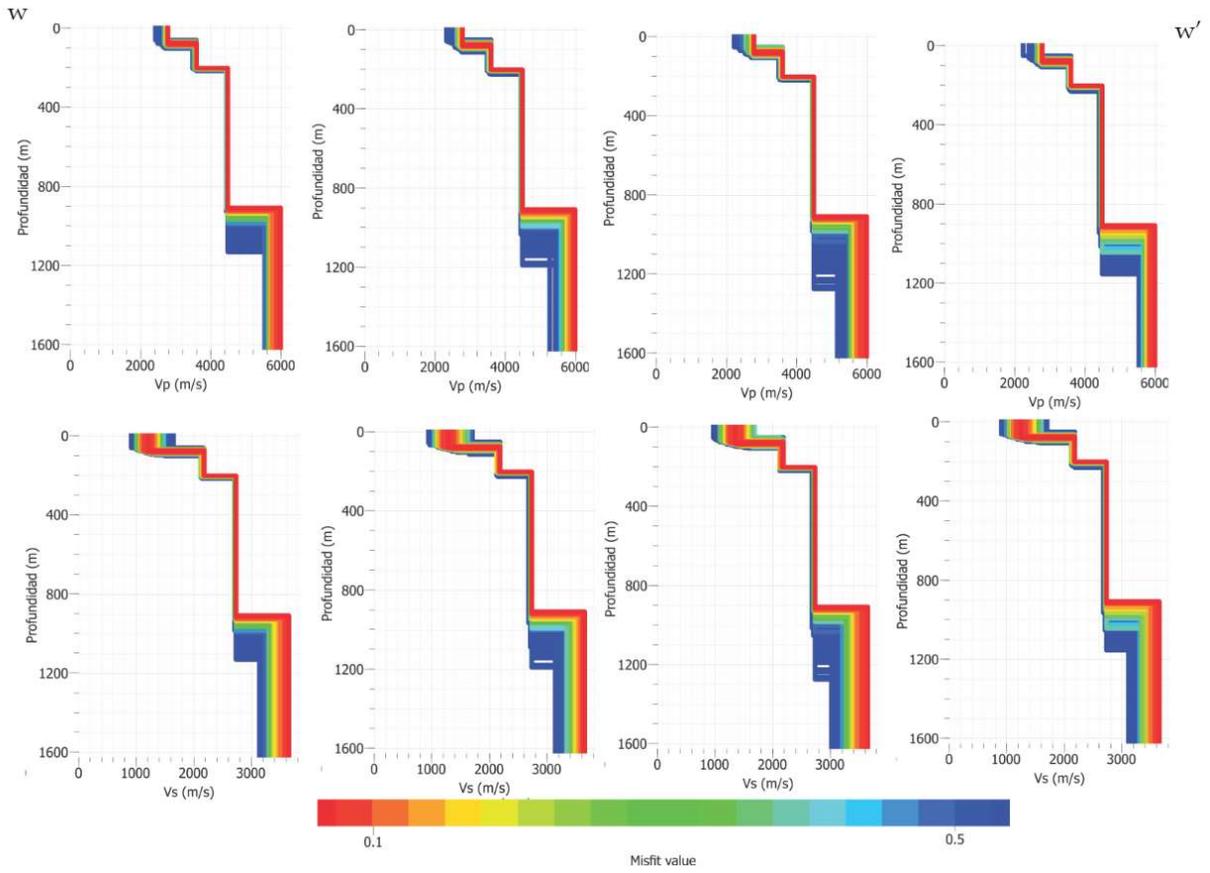


Figura 32. Perfiles de velocidad de onda P y S.

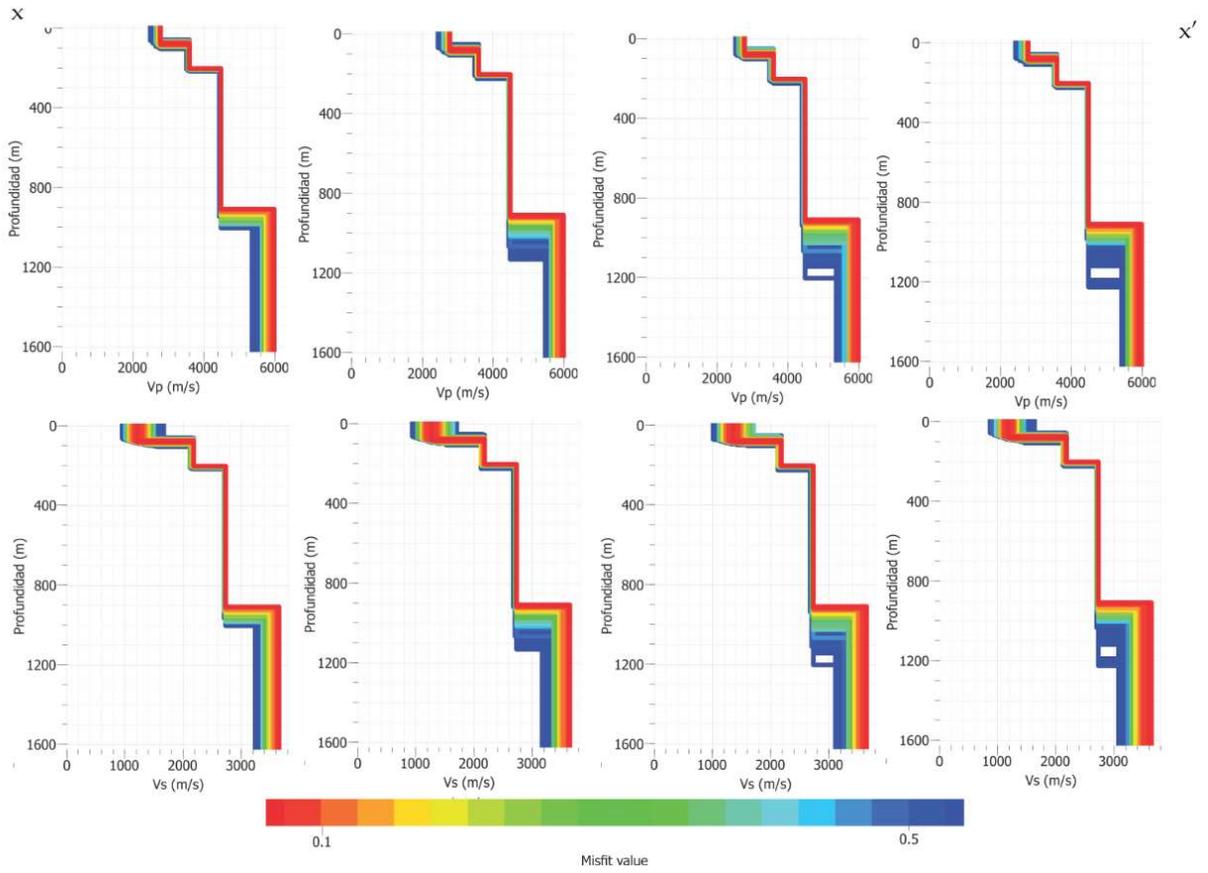


Figura 33. Perfiles de velocidad de onda P y S.

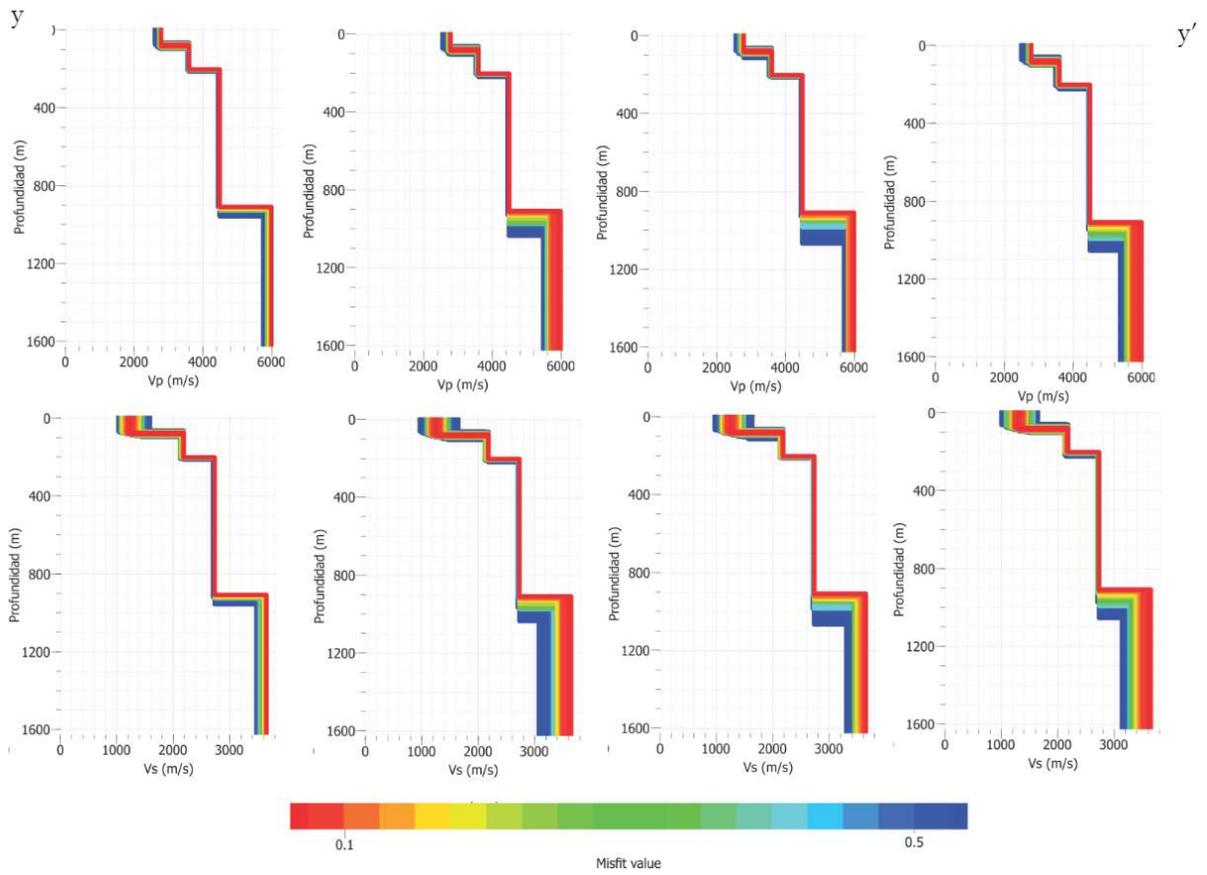


Figura 34. Perfiles de velocidad de onda P y S.

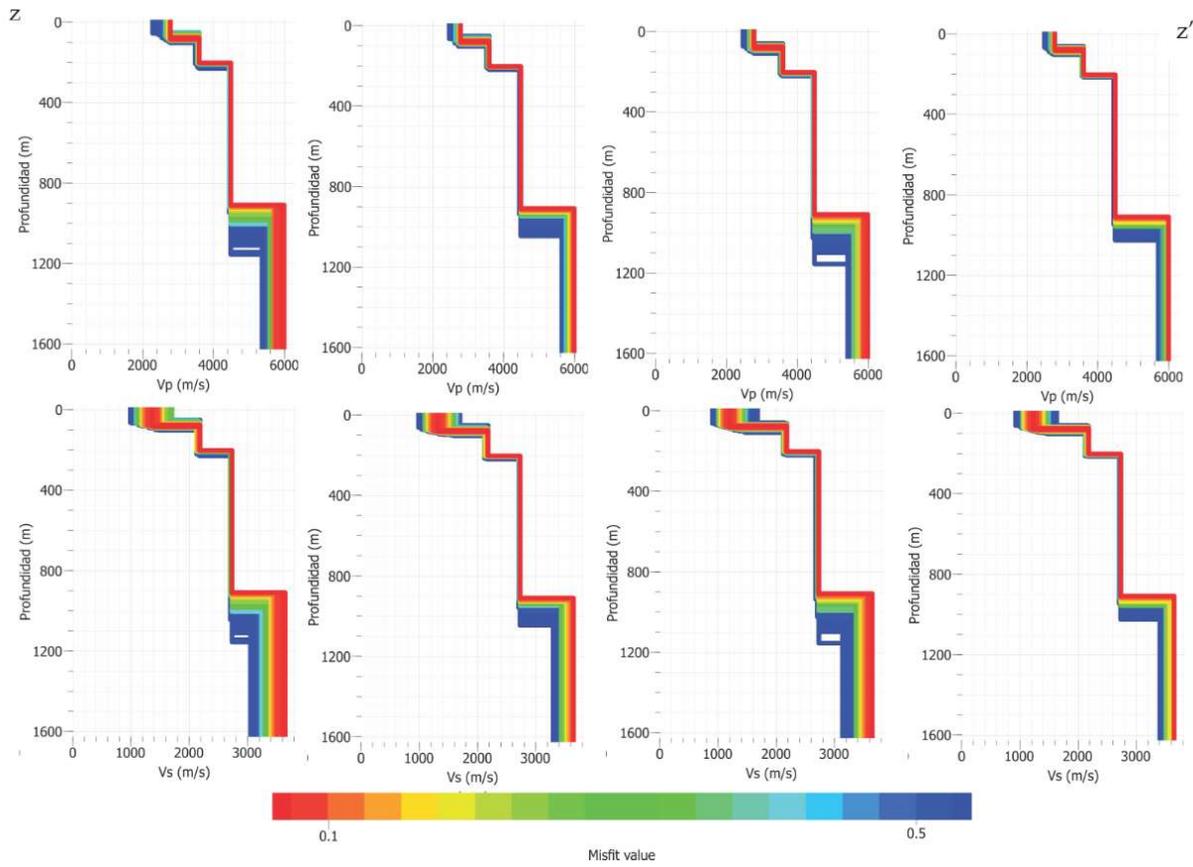


Figura 35. Perfiles de velocidad de onda P y S.

7. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

La exploración somera de la corteza utilizando arreglos densos de geófonos que registren ruido se está convirtiendo en una herramienta poderosa, debido al avance tecnológico de los equipos y al aumento de la capacidad computacional para procesar grandes volúmenes de datos. Esta técnica permite obtener modelos de dispersión de ondas superficiales con gran resolución.

Utilizando las técnicas de correlaciones cruzadas de ruido ambiental (Bensen, *et al.*, 2007), se recuperaron más de un millón de funciones de Green, de las cuales se obtuvieron sus respectivas curvas de dispersión utilizando la metodología FTAN (Levshin, 1989).

Sin embargo, una de las grandes restricciones es el tiempo limitado de grabación. Al solo grabar durante seis horas y después de desechar 57 minutos de datos contaminados por fuentes estacionarias, fue difícil obtener apilados con buen SNR en distancias mayores a 4.8 km. Esta limitante es parcialmente compensada con la gran cantidad de estaciones disponibles.

Utilizando en promedio un 25% de las curvas de dispersión calculadas por filtro se obtuvieron mapas de tomografía preliminares con resolución de 140x140 metros (Figura 19). Al haber al menos dos estaciones por celda se tiene certeza de que las perturbaciones corresponden a variaciones locales de las propiedades físicas del subsuelo.

Las variaciones observadas en los tomogramas (Figuras 24 a 30) concuerdan con los modelos obtenidos por medio de otras técnicas geofísicas (Figuras 7 y 8). Se observa con claridad el cambio de velocidad del noroeste al suroeste, el mayor rasgo estructural de toda la zona de estudio. También, se observa el cambio de velocidad gradual de sureste a noroeste en los mapas, pero no es tan evidente como el cambio en la otra dirección.

En el caso de los dieciséis perfiles de velocidad de onda P y onda S (Figuras 32 a 35), se observa la misma tendencia del cambio de velocidad del noroeste al suroeste pero con menor claridad. La resolución vertical es buena en los primeros 500 metros, lo cual es visible en la poca incertidumbre en los dos primeros contactos observados. Después de 500 metros, la resolución vertical es pobre por lo que las posibles soluciones al tercer contacto presentan mayores diferencias.

En los perfiles de velocidad, también hay un límite entre formaciones faltante, es posible que este contacto no sea visible por la pobre resolución vertical en esa zona y por la poca diferencia de velocidad entre las capas.

El desarrollo de estas técnicas basadas en el registro de ruido permitirá realizar exploraciones no invasivas y sustentables en lugares donde no es factible utilizar otra clase de técnicas geofísicas.

La riqueza de los datos deja gran cantidad de oportunidades para el futuro, quedan como posibilidades explorar la recuperación de ondas de cuerpo como las que se observan en la Figura 17. También, es posible realizar el proceso de recuperación de las funciones de Green entre las componentes horizontales y la vertical para poder recuperar ondas de Love que tienen una relación más estrecha con la velocidad de ondas S. También todas las funciones de Green pueden ser evaluadas utilizando sismogramas sintéticos obtenidos utilizando el modelo 3D de velocidad proporcionado por el IMP.

BIBLIOGRAFÍA

- Bebout, D., Weise, B., Gregory, A., & Edwards, M. (1982). *Wilcox Sandstone Reservoirs in the Deep Subsurface Along the Texas Gulf Coast*. Austin: Bureau of Economic Geology.
- Bedle, H., & van der Lee, S. (2009). S velocity variations beneath North America. *Journal of Geophysical Research*, 114(B07308).
- Bensen, G. D., Ritzwoller, M. H., Barmin, M. P., Levshin, A. L., Lin, F., Moschetti, M. P., . . . Yang, Y. (2007). Processing seismic ambient noise data to obtain reliable broad-band surface wave dispersion measurements. *Geophys. J. Int.*, 169, 1239-1260.
- Bowden, D. C., Tsai, V. C., & Lin, F.-C. (2015). Site amplification, attenuation, and scattering from noise correlation amplitudes across a dense array in Long Beach, CA. *Geophysical Research Letters*, 42, 1360–1367.
- Brocher, T. M. (2005). *Compressional and Shear Wave Velocity Versus Depth in the San Francisco Bay Area, California: Rules for USGS Bay Area Velocity Model 05.0.0*. Menlo Park: USGS.
- Brocher, T. M. (2005). Empirical Relations between Elastic Wavespeeds and Density in the Earth's Crust. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 95(6), 2081-2092.
- Corona-Esquivel, R., Tritlla, J., Benavides-Muñoz, M., Piedad-Sanchez, N., & Ferrusquia-Villafranca, I. (2006). Geología, estructura y composición de los principales yacimientos de carbón mineral en México. *Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana*, LVIII(4).
- Diehl, T., Husen, S., Kissling, E., & Deichmann, N. (2009). High-resolution 3-D P-wave model of the Alpine crust. *Geophys. J. Int.*, 179, 1133–1147.
- Dunkin, J. W. (1965). Computation of Modal Solutions in Layered, Elastic Media at High Frequencies. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 55(2), 335-358.
- Dynamic Technologies. (2014). *DT-SOLO 10Hz 3C Brochure*. Canada.
- Dziewonski, A. M., & Anderson, D. L. (1981). Preliminary reference Earth Model. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 25, 297-356.
- Eguiluz de Antuñano, S. (2011). Sinopsis geológica de la Cuenca de Burgos, noreste de México: producción y recursos petroleros. *Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana*, 63(2), 232-332.

- Feldman, M. (2011). Hilbert transform in vibration analysis. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 25, 735-802.
- Flores-Galicia, E. (1988). Geología y reservas de los yacimientos de carbón en la República Mexicana. En G. P. Salas (Ed.), *Geología economica de Mexico* (págs. 175-217). Mexico: Fondo de Cultura Económica.
- Gersoft, P., Sabra, K. G., Roux, P., Kuperman, W. A., & Fehler, M. C. (2006). Green's functions extraction and surface-wave tomography from microseisms in southern California. *Geophysics*, 71(4), SI23-SI31.
- Hartzell, S., Harmsen, S., Williams, R., Carver, D., Frankel, A., Liu, P.-C., . . . Wentworth, C. (2006). Modeling and Validation of a 3D Velocity Structure for the Santa Clara Valley, California, for Seismic-Wave Simulations. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 98(5), 1851-1881.
- Horike, M. (1985). Inversion of phase velocity of long-period microtremors to the S-wave-velocity structure down to the basement in urbanized areas. *Journal of Physics of the Earth*, 33, 59-96.
- Huang, H., Lin, F.-C., Schmandt, B., Farrell, J., Smith, R., & Tsai, V. C. (2015). The Yellowstone magmatic system from the mantle plume to the upper crust. *Science*, 348(6236), 773-776.
- INEGI. (1981). *Carta fisiográfica de la República Mexicana (8 hojas en escala 1:1 000 000)*. Mexico: Secretaría de Programación y Presupuesto.
- Lay, T., & Wallace, T. (1995). *Modern global seismology*. San Diego : Academic Press.
- Lee, M. W. (1986). *Spectral Whitening in the Frequency Domain*. Denver: USGS.
- Levshin, A. (1989). *Seismic surface waves in a laterally inhomogeneous earth* (1 ed.). Dordrecht: Kluwer Academic.
- Lin, F.-C., Li, D., Clayton, R. W., & Hollis, D. (2013). High-resolution 3D shallow crustal structure in Long Beach, California: Application of ambient noise tomography on a dense seismic array. *Geophysics*, 78(4), Q45-Q56.
- Lin, F.-C., Moschetti, M. P., & Ritzwoller, M. H. (2008). Surface wave tomography of the western United States from ambient seismic noise: Rayleigh and Love wave phase velocity maps. *Geophys. J. Int.*, 173(1), 281-298.
- Lin, G., Shearer, P., Hauksson, E., & Thurber, C. (2007). A three-dimensional crustal seismic velocity model for southern California from a composite event method. *Journal of Geophysical Research*, 112(B11).

- Lobkis, O. I., & Weaver, R. L. (2001). On the emergence of the Green's function in the correlations of a diffuse field. *Theoretical and Applied Mechanics*, 110(6), 3011-3017.
- Lugo-Hubp, J. (1990). El relieve de la republica mexicana. *Revista del Instituto de Geología*, 9(1), 82-111.
- Magistrale, H., McLaughlin, K., & Day, S. (1996). A geology based 3-D velocity model of the Los Angeles basin sediments. *Bulletin Seismological Society of America*, 86, 1161-1166.
- Nicolson, H., Curtis, A., Baptie, B., & Galetti, E. (2012). Seismic interferometry and ambient noise tomography in the British Isles. *Proceedings of the Geologist' Association*, 123, 74-86.
- PEMEX. (2014). *Anuario Estadístico*. México: Petroleos Mexicanos.
- Rabade Garcia, S. E. (2015). *Obtención de la estructura cortical de velocidades en una región de la zona centro de México empleando ruido sísmico*. Tesis Licenciatura. D.F.: UNAM.
- Robeck, R., Pesquera, R., & Ulloa, S. (1956). *Geología y depósitos de carbón de la Región de Sabinas. Estado de Coahuila*. Mexico: XX Congreso Geológico Internacional.
- Roux, P., Moreau, L., Lecointre, A., Hillers, G., Campillo, M., Ben-Zion, Y., . . . Vernon, F. (2016). A methodological approach towards high-resolution surface wave imaging of the San Jacinto Fault Zone using ambient-noise recordings at a spatially dense array. *Geophysical Journal International*, 16, 980–992.
- Roux, P., Sabra, K. G., Kuperman, W. A., & Roux, A. (2005). Ambient noise cross correlation in free space: Theoretical approach. *Journal of the Acoustical Society of America*, 117(1), 79-84.
- Sambridge, M. (1999). Geophysical inversion with a neighbourhood algorithm I. Searching a parameter space. *Geophysical Journal International*, 103, 4839–4878.
- Sanchez-Sesma, F., & Campillo, M. (2006). Retrieval of the Green function from cross

- correlation: the canonical elastic problem. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 96, 1182-1191.
- Shearer, P. M. (2012). *Introduction to Seismology* (Segunda ed.). Cambridge, Estados Unidos: Cambridge University Press.
- Snieder, R. (2004). Extracting the Green's function from the correlation of coda waves: A derivation based on stationary phase. *Physical Review E*, 69(046610).
- Stehly, L., Campillo, M., & Shapiro, N. M. (2006). A study of the seismic noise from its long-range correlation properties. *Journal of Geophysical Research*, 111.
- Vejar Hernandez, M. (1998). *Manifestaciones de hidrocarburos en ambiente deltáico, de la Formación San Miguel en la Subcuenca Fuentes Río Escondido noreste de México*. Tesis de Maestría. Linares: UANL.
- Wapenaar, C., Draganov, D., & Robertsson, J. O. (2008). *Seismic Interferometry: History and Present Status*. Tulsa: Society of Exploration Geophysicists.
- Wathelet, M., Jongmans, D., & Ohrnberg, M. (2004). Surface-wave inversion using a direct search algorithm and its application to ambient vibration measurements. *Near Surface Geophysics*, 2, 211-221.
- Weaver, R. L., & Lobkis, O. I. (2001). Ultrasonics without a Source: Thermal Fluctuation Correlations at MHz Frequencies. *Physical Review Letters*, 87.

Anexo 1: Checkerboard para cada mapa por periodo

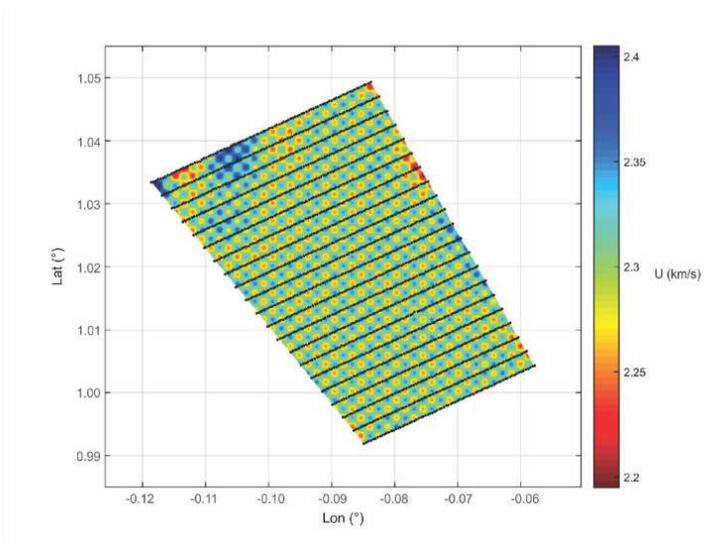


Figura 34. Checkerboard para el primer filtro (0.7 Hz)

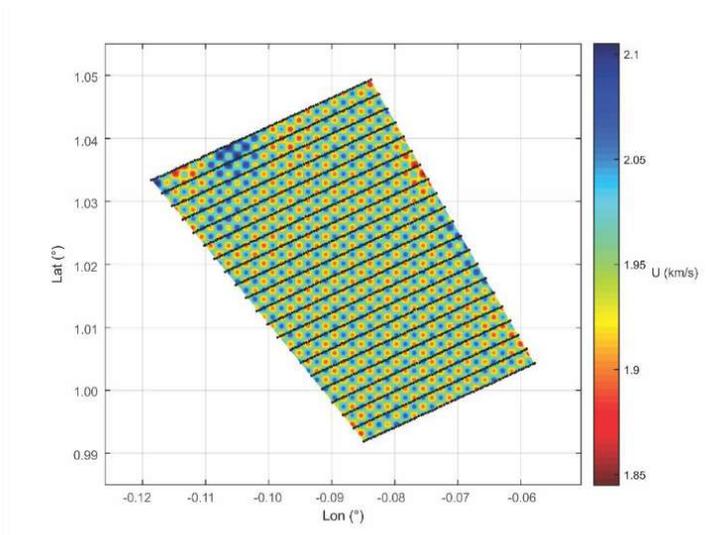


Figura 35. Checkerboard para el segundo filtro (1.4 Hz)

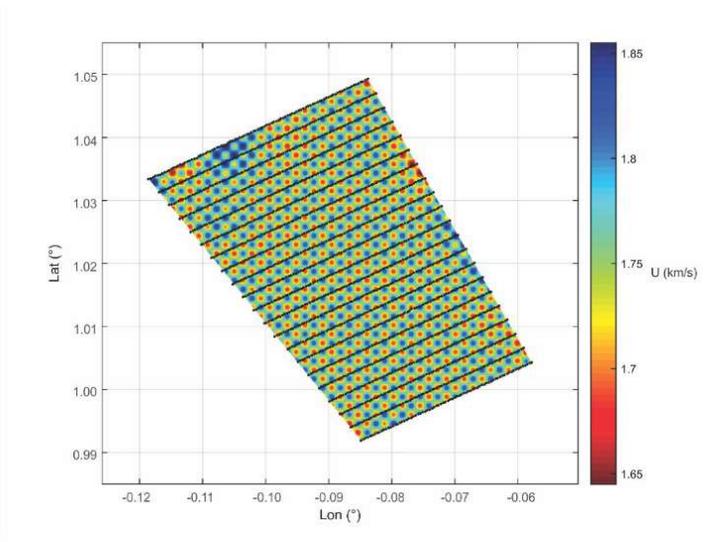


Figura 36. Checkerboard para el tercer filtro (2.1 Hz)

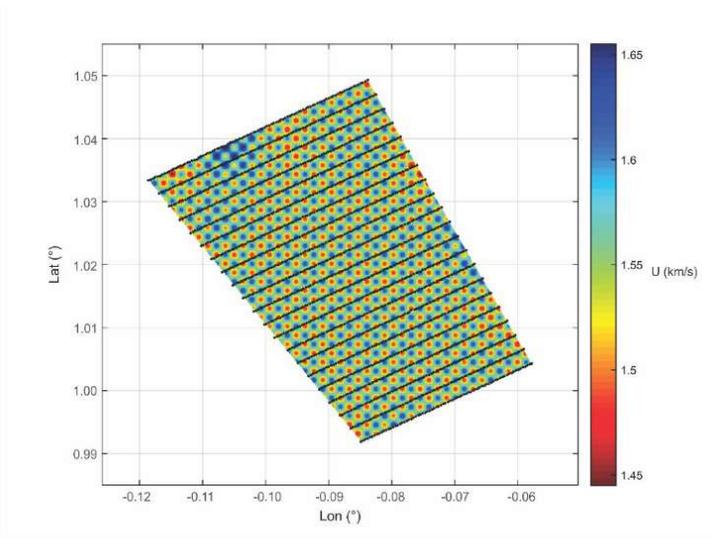


Figura 37. Checkerboard para el cuarto filtro (3.4 Hz)

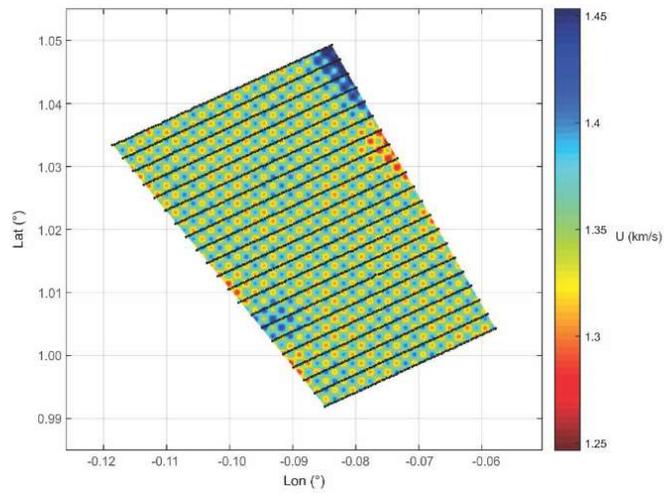


Figura 38. Checkerboard para el quinto filtro (4.5 Hz)

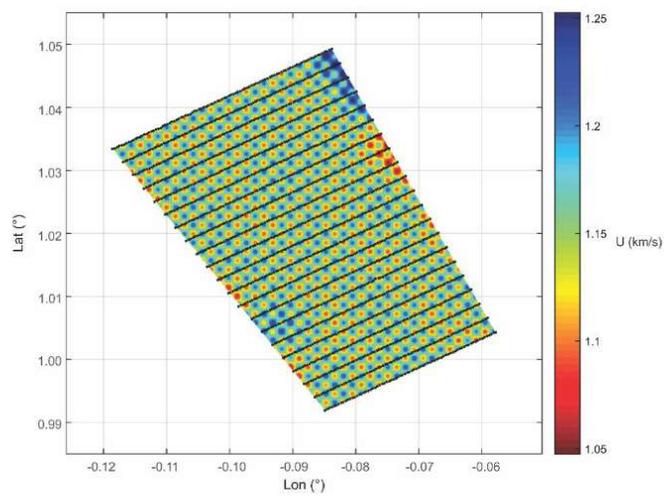


Figura 39. Checkerboard para el sexto filtro (5.3 Hz)

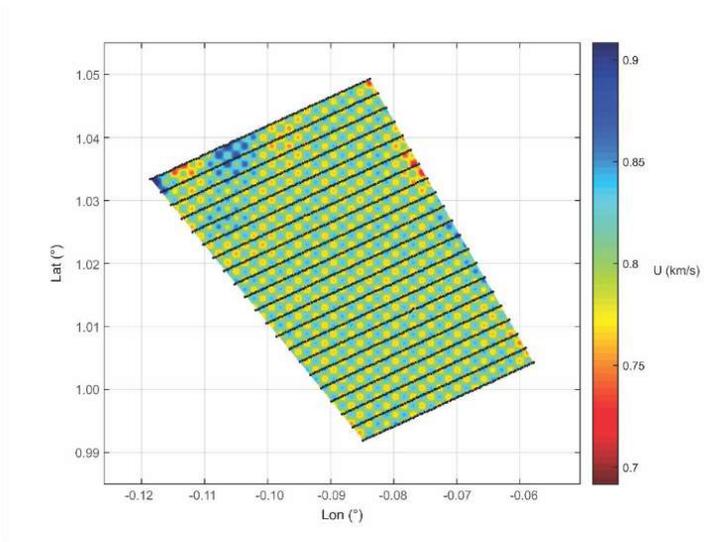


Figura 40. Checkerboard para el séptimo filtro (6.5 Hz)

ΔU (%)

Anexo 2: Cobertura de rayos en cada mapa por periodo

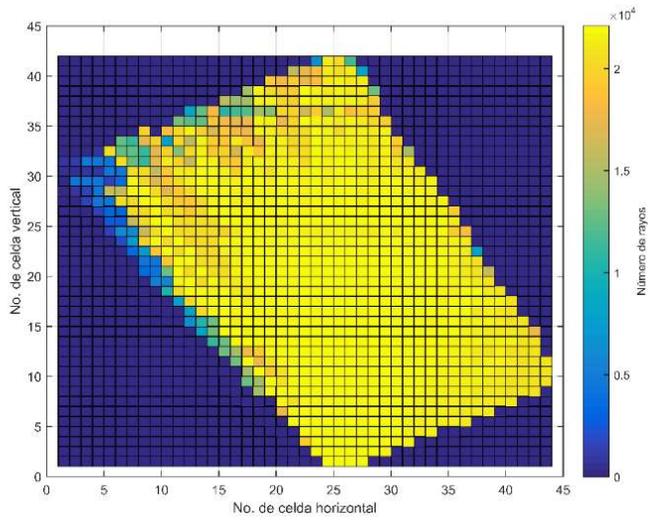


Figura 41. Mapa de cobertura de rayos para el primer filtro (0.7 Hz)

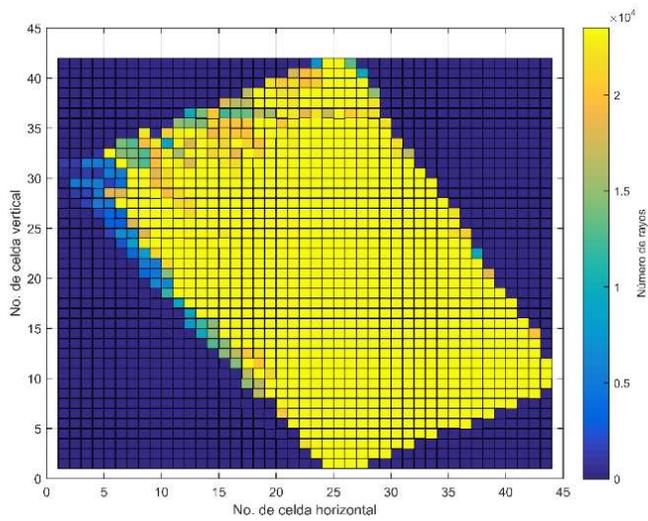


Figura 42. Mapa de cobertura de rayos para el segundo filtro (1.4 Hz)

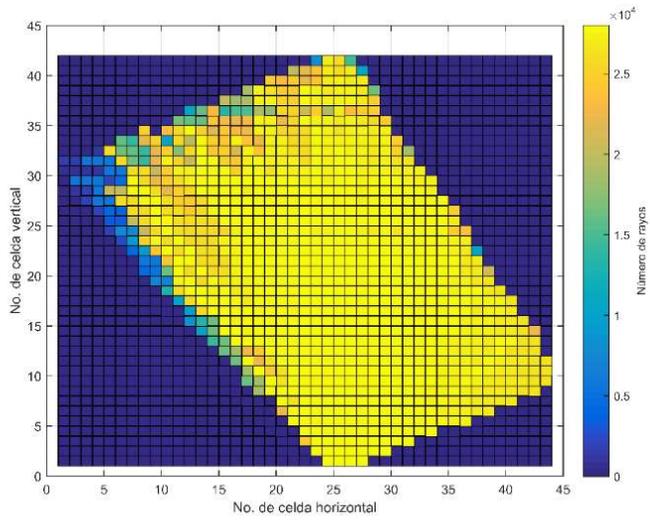


Figura 43. Mapa de cobertura de rayos para el tercer filtro (2.1 Hz)

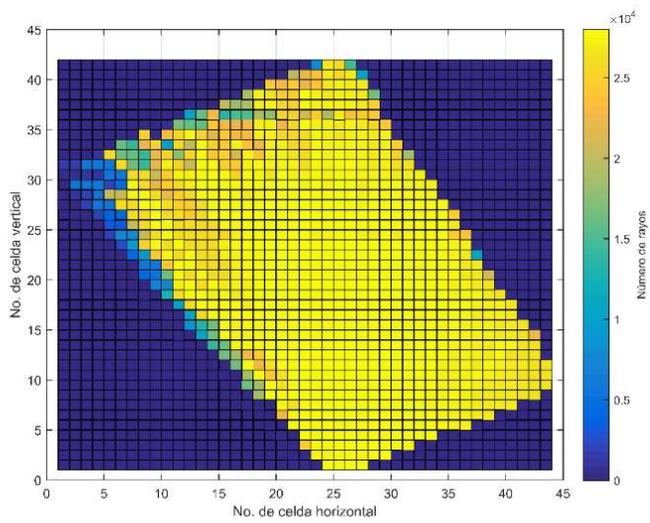


Figura 44. Mapa de cobertura de rayos para el cuarto filtro (3.4 Hz)

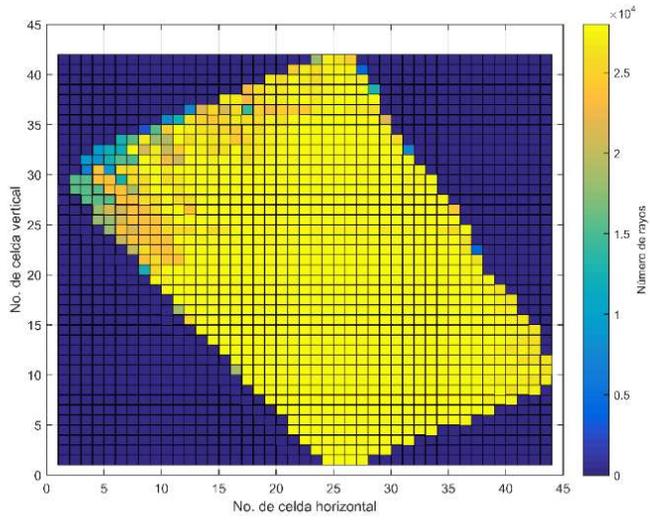


Figura 45. Mapa de cobertura de rayos para el quinto filtro (4.5 Hz)

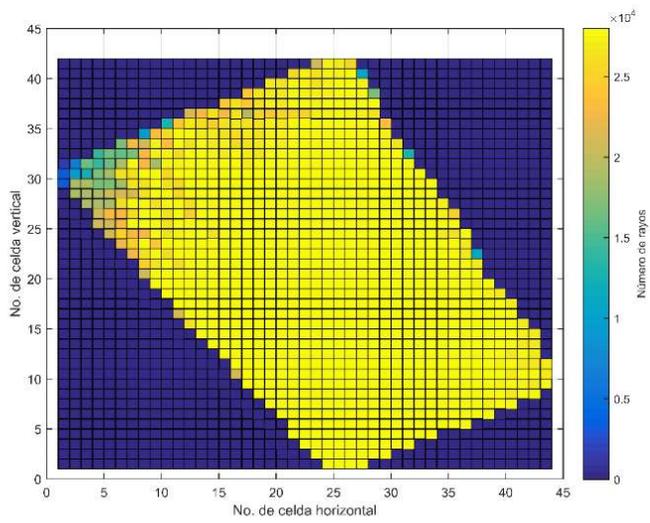


Figura 46. Mapa de cobertura de rayos para el sexto filtro (5.3 Hz)

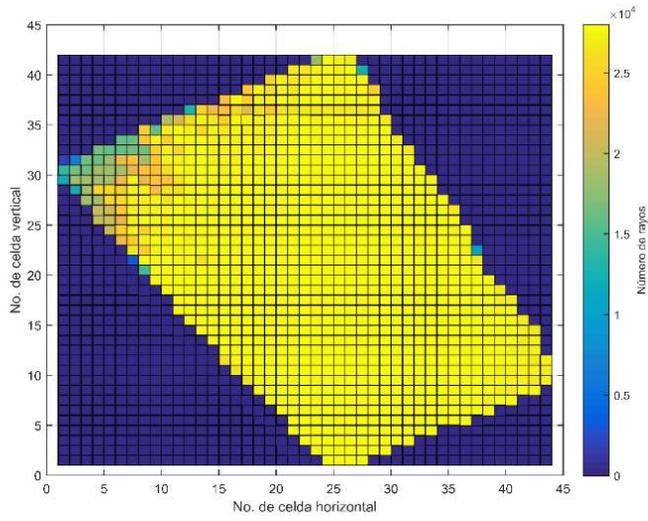


Figura 47. Porcentaje de cobertura de rayos para el séptimo filtro con un máximo de 22,851 (6.5 Hz)